



Concretisering van de kerndoelen Wiskunde

Kerndoelen voor de onderbouw VO

SLO • nationaal expertisecentrum voor leerplanontwikkeling



Concretisering van de kerndoelen Wiskunde

Kerndoelen voor de onderbouw VO

Enschede, april 2007

Verantwoording

© 2007 Stichting leerplanontwikkeling (SLO), Enschede

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enige andere manier zonder voorafgaande toestemming van de uitgever.

Auteur: Pieter van der Zwaard

In opdracht van: Ministerie van OCW

SLO, Stichting Leerplanontwikkeling
Postbus 2041, 7500 CA Enschede
Telefoon (053) 4840 207

Inhoud

1.	Inleiding	4
2.	Karakteristiek	5
3.	Kerdoelen wiskunde	6

1. Inleiding

De kerndoelen voor de onderbouw zijn globaal geformuleerd. SLO heeft de opdracht gekregen van het ministerie van OCW om de kerndoelen te concretiseren om docenten zo meer houvast te bieden bij het inrichten van hun onderwijs.

Deze uitwerking is vooral gericht op docenten die naast hun methode ook op een andere manier het wiskundeonderwijs voor hun leerlingen vorm willen geven. De beschrijving is gericht op onderwijs dat aan leerlingen een actieve rol wil geven bij het leren van wiskundevaardigheden en denkwijzen. Het bevat voorbeelden die, hopelijk zonder al te veel moeite, door een docent om te zetten zijn in lessen die aan leerlingen die actieve rol kunnen geven. Het bevat geen lijsten van alles dat aan de orde zou moeten komen in de onderbouw, daarin voorzien de methoden voldoende.

De kerndoelen 19, 20 en 21 beschrijven geen inhouden van het wiskundeonderwijs maar vooral beschrijvingen van hetgeen leerlingen met de geleerde inhouden moeten kunnen. Deze kerndoelen zijn te typeren als: kerndoel 19: wiskunde communiceren, kerndoel 20: wiskunde gebruiken, kerndoel 21: wiskunde bedrijven. Om de verbinding met de overige, inhoudelijke, kerndoelen vorm te geven is bij ieder van deze kerndoelen een voorbeeld opgenomen dat bij een van de andere kerndoelen op de inhoud is uitgewerkt.

Ieder kerndoel is beschreven aan de hand van een aantal sleutelbegrippen. De gedachte achter deze sleutelbegrippen wordt steeds beschreven en nader uitgewerkt op drie verschillende niveaus: vmbo b, vmbo kgt en havo vwo.

Bij elkaar vormen deze beschrijvingen typering voor het wiskundeonderwijs op deze verschillende niveaus, waarmee wij hopen dat dat voor docenten een sleutel kan zijn om het wiskundeonderwijs voor de verschillende niveaus in te richten.

Overigens kunnen activiteiten en inhouden zoals beschreven onder vmbo b, resp. vmbo kgt, zeker ook bruikbaar zijn binnen vmbo kgt resp. havo vwo. Ze dienen dan wel in dienst te staan van het bereiken van het vereiste dan wel gewenste eindresultaat op het betreffende niveau.

Bij ieder kerndoel zijn, onder de naamgeving doorkijkje, één of meerdere voorbeelden gegeven die ook op de drie genoemde niveaus zijn uitgewerkt. Bij enkele kerndoelen zijn apart leerling- en docentactiviteiten geformuleerd die aansluiten bij de doorkijkjes. Bij de kerndoelen waar dat niet is gedaan zijn deze activiteiten te herkennen in de uitwerking van het doorkijkje.

April 2007

Pieter van der Zwaard (SLO)

P.vanderZwaard@slo.nl

2. Karakteristiek

Leerlingen hebben op verschillende manieren wiskunde nodig: buiten school in het leven van alledag en op school ter ondersteuning van het leren in andere leergebieden en als voorbereiding op mogelijke keuzes voor bepaalde vervolgopleidingen. In de eerste jaren van het voortgezet onderwijs verwerven leerlingen zich in de context van betekenisvolle situaties inzicht en vaardigheden op het gebied van getallen, grootheden, maten, vormen, structuren en de daarbij passende relaties, bewerkingen en functies. Aansluitend op het basisonderwijs ontwikkelen ze hun vaardigheden in de 'wiskundetaal' en worden steeds verder 'wiskundig geletterd en gecijferd'.

De wiskundetaal bestaat onder andere uit rekenkundige, wiskundige en meetkundige uitdrukkingen, meetkundige tekeningen en schema's, modellen, formele en informele notaties, schematische voorstellingen, tabellen, grafieken en opdrachten voor computer en rekenmachine. 'Wiskundig geletterd en gecijferd worden' wil zeggen dat leerlingen een repertoire opbouwen van parate kennis, inzichten en routines en leren deze op een juiste manier toe te passen in wiskundige technieken, aanpakken, redeneringen en rekenwijzen.

De onderwerpen waaraan leerlingen in de basisvorming hun wiskundige kennis en vaardigheden ontwikkelen, kunnen van verschillende herkomst zijn. Doordat leerlingen werken in betekenisvolle contexten, waarin ze op eigen niveau en met plezier en voldoening wiskunde kunnen doen, zullen zij zich uitgedaagd voelen tot wiskundige activiteit. Een betekenisvolle context biedt leerlingen gelegenheid de waarde van wiskundige activiteiten te ervaren. Wat in een bepaalde situatie betekenisvol is, hangt af van wat leerlingen al weten en kunnen, van hun leervermogen en hun belangstelling, hun verdere vorming en beroep, van de maatschappelijke actualiteit en van andere schoolse en niet-schoolse taken waarvoor ze op dat moment zelf staan. Vanwege het oriënterend karakter van de onderbouw is het in het algemeen belangrijk dat de contexten tezamen over de volle breedte reiken van de toepassingsgebieden van wiskunde: het leven van alledag, andere leergebieden, vervolgonderwijs en beroepenwereld en de wiskunde zelf.

De relatie met andere vakken en leergebieden is een tweezijdige: gebruik van contexten uit andere leergebieden in het wiskundeonderwijs en bewust werken aan aspecten van wiskunde in het onderwijs in andere leergebieden. De transfer van wiskundevaardigheden naar andere leergebieden is een belangrijk punt van aandacht en maakt deel uit van het beleid voor de hele school.

3. Kerndoelen wiskunde

19. De leerling leert passende wiskundetaal te gebruiken voor het ordenen van het eigen denken en voor uitleg aan anderen en leert de wiskundetaal van anderen te begrijpen.
20. De leerling leert alleen en in samenwerking met anderen in praktische situaties wiskunde te herkennen en te gebruiken om problemen op te lossen.
21. De leerling leert een wiskundige argumentatie op te zetten en te onderscheiden van meningen en beweringen en leert daarbij met respect voor ieders denkwijze wiskundige kritiek te geven en te krijgen.
22. De leerling leert de structuur en de samenhang te doorzien van positieve en negatieve getallen, decimale getallen, breuken, procenten en verhoudingen en leert ermee te werken in zinvolle en praktische situaties.
23. De leerling leert exact en schattend rekenen en redeneren op basis van inzicht in nauwkeurigheid, orde van grootte, en marges die in een gegeven situatie passend zijn.
24. De leerling leert meten, leert structuur en samenhang doorzien van het metriek stelsel en leert rekenen met maten voor grootheden die gangbaar zijn in relevante toepassingen.
25. De leerling leert informele notaties, schematische voorstellingen, tabellen, grafieken en formules te gebruiken om greep te krijgen op verbanden tussen grootheden en variabelen.
26. De leerling leert te werken met platte en ruimtelijke vormen en structuren, leert daarvan afbeeldingen te maken en deze te interpreteren en leert met hun eigenschappen en afmetingen te rekenen en redeneren.
27. De leerling leert gegevens systematisch te beschrijven, ordenen en visualiseren en leert gegevens, representaties en conclusies kritisch te beoordelen.

19 Wiskundetaal ontwikkelen

	Omschrijving:	Toelichting:
Kerdoel	De leerling leert passende wiskundetaal te gebruiken voor het ordenen van het eigen denken en voor uitleg aan anderen en leert de wiskundetaal van anderen te begrijpen.	Bij dit kerndoel gaat het erom dat leerlingen: Leren om wiskunde te communiceren: Probleemsituaties die al dan niet in een wiskundige context zijn gepresenteerd beschrijven in termen van wiskundige begrippen, verbanden en structuren; verantwoording geven bij gemaakte stappen; notaties/conventies gebruiken; wiskunde taal omzetten naar de taal die nodig is bij het gebruik van ondersteunende apparatuur (zrm, spreadsheet) en terug; begrijpen en gebruik maken van formele en abstracte taal.

	sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
Inhoud	Formuleren en lezen van wiskundetaal	De wiskundetaal bestaat onder andere uit rekenkundige, wiskundige en meetkundige uitdrukkingen, meetkundige tekeningen en schema's, modellen, formele en informele notaties, schematische voorstellingen, tabellen, grafieken en opdrachten voor computer en rekenmachine.		
		Het taalgebruik kenmerkt zich door het beschrijven van de handelingen die een leerling moet verrichten. (Als je zo en zo tekent, dan krijg je die en die figuur)	Het taalgebruik wortelt in de wijze waarop binnen vmbo-bb wordt gewerkt. Regelmatig wordt geproefd aan beschrijven van eigenschappen en structuren. Bijvoorbeeld: De eigenschappen van een verhoudingstabel kennen en kunnen gebruiken.	Het taalgebruik ontwikkelt zich van het beschrijven van handelingen naar het beschrijven van eigenschappen en structuren, ook in formeel taalgebruik, bij voorbeeld formuletaal. (Zie het voorbeeld van de landmeter hieronder).
	Gebruik maken van nomenclatuur en conventies	Hetzelfde begrip, dezelfde berekening of dezelfde redenering is vaak op meerdere correcte manieren te verwoorden. Echter eenmaal gemaakte afspraken worden consequent toegepast. De leerlingen leren afspraken toe te passen over het gebruik van wiskundige tekens, volgorde van bewerkingen, notatie van variabelen en formules, eenheden, voorvoegsels. Zij leren de naam en de betekenis van een aantal wiskundige termen (bijvoorbeeld: veelhoek; loodrecht).		
		Naamgeving van variabelen is contextgebonden.	Naamgeving van variabelen is (op den duur) niet contextgebonden.	Variabelen worden op zichzelf staande objecten.

sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
	Hoe hebben zij gehandeld en gedacht? Berekeningen worden wel volgens de geldende conventies weergegeven. (‘Dan doe ik die acht keer die 17’ wordt ‘dan doe ik: 8×17 ’).	Het noteren van handelingen en denkwijzen wordt formeler, met behoud van de band met de context. Leerlingen kunnen in voorkomende gevallen werken met een formule van de vorm $y = 2x + 3$, maar altijd terugvallen op de betekenis van x en y in de achterliggende situatie bij het redeneren.	Het noteren van handelingen en denkwijzen gebeurt ook in formele wiskundige situaties. Leerlingen kunnen bewerken uitvoeren met een formule van de vorm $y = 2x + 3$, of een vergelijking oplossen, zonder dat zij terug kunnen vallen op een achterliggende situatie.
Gebruiken en begrijpen van formele en abstracte taal	In het verwerven en hanteren hiervan bestaan grote onderlinge verschillen tussen leerlingen op alle niveaus. De stimulans om de situatie te beschrijven aan de hand van vaste (formele) afspraken zal altijd aanwezig moeten zijn. Een analoge benadering geldt voor het beschrijven van de situatie in wiskundige (abstracte) termen, los van de context. Echter wel van mondjesmaat op voorbeeld niveau voor vmbo bb leerlingen tot vrijwel continu op havo/vwo niveau. Voor veel leerlingen (ook op havo/vwo) is de mogelijkheid om de vertaling naar de (een) concrete situatie te kunnen maken wezenlijk bij het leren van wiskunde en zal dus steeds aanwezig moeten zijn. Het vertalen van rekenhandelingen naar de toetsen van rekenmachine of naar de spreadsheet en de terugvertaling en interpretatie van de resultaten eist veel van het formele en abstracte denken.	Wiskundige objecten en eigenschappen worden gebruikt binnen de context waarbinnen ze zijn gepresenteerd. Bij het verantwoorden is opbouw en ondersteuning vanuit de context en formulering binnen de context altijd toegestaan. Het formele karakter beperkt zich tot een begrijpelijke weergave van een redenering of uitvoering van een procedure, in de juiste volgorde. De leerling kan daarbij gebruik maken van eigen taal en formuleringen. De vertaling van berekeningen, kaal en binnen de context, naar de ZRM en de interpretatie van de uitkomst is een continu punt van aandacht.	Wiskundige objecten worden op den duur objecten op zich. Bijvoorbeeld: Een vergelijking is een structuur waar je bepaalde handelingen mee mag verrichten, zonder dat je hoeft te vertalen naar een achterliggende situatie. N.B. Dit is een gewenst eindresultaat, voor veel leerlingen is gedurende lange tijd de mogelijkheid tot terugvertaling van wezenlijk belang voor behoud van begrip. Redeneringen en manipulaties worden opgebouwd, ondersteund en verantwoord vanuit de achterliggende wiskundige structuur.

	sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
				Begrippen, redeneringen en procedures worden in toenemende mate gepresenteerd en verwoord met behulp van formeel taalgebruik. Wiskundige handelingen worden vertaald naar ZRM of software en de uitkomsten geïnterpreteerd.
	Uitleggen en begrijpen	Het verwoorden van wiskundige begrippen en activiteiten en het begrijpen van een uitleg daarvan (aan medeleerling, docent, tekst) staat centraal. Onderscheid kunnen maken tussen opdracht, verwerking van de opdracht, verantwoording van de verwerking en het resultaat is hierbij een belangrijke vaardigheid.		
		De leerling kan helder verwoorden welke stappen hij/zij heeft gemaakt bij het doen van wiskundige activiteiten. De leerling kan stapsgewijs een oplossingsmethode uitvoeren. (Zie het voorbeeld van de landmeter hieronder). De leerling kan een uitleg in termen van te maken stappen begrijpen (en toepassen bij eigen wiskundige activiteiten).	De leerling kan uitleg van procedures en algoritmen en beschrijvingen van (wiskundige) kenmerken begrijpen en in eenvoudige gevallen zelf weergeven. Beschrijvingen in dagelijkse taal worden omgezet in berekeningen en/of woordformules en omgekeerd.	De leerling kan in het communiceren met medeleerlingen, docent en door middel van geschreven teksten gebruik maken van procedures/algoritmes en beschrijvingen van (wiskundige) kenmerken. (Zie het voorbeeld van de landmeter hieronder). Beschrijvingen in dagelijkse taal worden omgezet in formele wiskundige taal en omgekeerd.

	sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
Doorkijkje		<p>De 17^e-eeuwse Nederlandse landmeter in de klas. Het bijbehorend lesmateriaal is te downloaden van http://members.home.nl/guliggulikers/WiskundePagina.htm Kies voor: De 17^e-eeuwse Nederlandse landmeter in de klas; Lesmateriaal; De stok.</p> <p>Dit materiaal is een prachtig voorbeeld van hoe aan de hand van een minder gebruikelijke invalshoek, de geschiedenis van de wiskunde, de leerlingen kennis kunnen nemen van meetkundige begrippen en daar verder vaardig in worden. Vanwege de inhoud is het als voorbeeld onder kerndoel 26 opgenomen.</p> <p>Echter dit materiaal illustreert ook een aantal mogelijkheden om aandacht te besteden aan de inhoud van dit kerndoel.</p>		

sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
	<p>Deze opdracht is in de huidige vorm geschreven voor havo/vwo leerlingen. Echter de praktische achtergrond maakt hem in de basis zeer geschikt voor vmbo-bb leerlingen, en wel als volgt.</p> <p>Voor de uitvoering zie de beschrijving bij kerndoel 26.</p> <p>Bij de instructie is zeer concreet taalgebruik gewenst.</p> <p>De weergave van de berekeningen hoort in de gebruikelijke rekentaal te worden gegeven.</p> <p>Dat betekent aandacht voor: 'Die ene lengte wordt vijf keer zo groot als die andere' weergeven als 5 x andere lengte = ene lengte (niet gemakkelijk!!) Of indien van toepassing: 'de helft van' geef je weer als '$\frac{1}{2}$ x' (ook niet gemakkelijk).</p>	<p>Het abstraheren kan zich hier beperken tot het versoberen van de probleemstelling tot berekeningen in een rechthoekige driehoek.</p> <p>Berekeningen kunnen door de leerlingen worden weergegeven in een verhoudingstabel, waarbij in de bespreking de connectie kan worden gelegd met andere verhoudingssituaties.</p>	<p>Formeel en abstract.</p> <p>Het materiaal illustreert onder meer de hierboven genoemde begrippen, formeel en abstract taalgebruik.</p> <p>In de opdracht berekenen de leerlingen de hoogte van een toren aan de hand van de methoden van de 17^e-eeuwse landmeter.</p> <p>Deel van de opdrachten is de vertaling van een 17^e-eeuwse tekst. Opvallend zijn de vormkenmerken. Strikt spreken of schrijven volgens dergelijke vormkenmerken is de basis van formeel taalgebruik (overigens geldt hetzelfde voor de moderne sms-taal).</p> <p>De auteur heeft in het lesmateriaal een introductie van het begrip gelijkvormigheid opgenomen. Daarin wordt gestart met concrete voorbeelden, die gaandeweg steeds wiskundiger worden beschreven en uiteindelijk wordt gelijkvormigheid alleen met wiskundige begrippen beschreven. Daarmee is de introductie een duidelijk voorbeeld van de overgang van concreet taalgebruik naar een abstracte beschrijving.</p> <p>Natuurlijk staat het de docent vrij om de introductie ook anders te gebruiken. Denkbaar is dat deze gaandeweg de opdrachten als tussentijdse wiskundige reflectie wordt gebruikt of zelfs helemaal aan het eind.</p>

20 Wiskunde gebruiken in praktische situaties

	Omschrijving:	Toelichting:
Kerndoel	De leerling leert alleen en in samenwerking met anderen in praktische situaties wiskunde te herkennen en te gebruiken om problemen op te lossen.	<p>Bij dit kerndoel gaat het erom dat leerlingen:</p> <ul style="list-style-type: none"> - adequate onderzoeks- en redeneerstrategieën gebruiken; - verbanden leggen tussen enerzijds probleemsituaties die al dan niet in een wiskundige context zijn gesteld en anderzijds wiskundige begrippen, verbanden en structuren; - relevante verbanden en structuren opsporen dan wel construeren; - aangeven dat een en dezelfde wiskundige structuur toegepast kan worden in verschillende situaties; - op basis van verwerkte informatie verwachtingen uitspreken en conclusies trekken; - zicht hebben op praktische toepassingen van de wiskunde; - de mogelijkheden die wiskunde biedt bij het oplossen van problemen waarderen en daar plezier aan te beleven; - vertrouwen opbouwen in het gebruiken van wiskunde bij het oplossen van problemen, alleen en samen met anderen; <p>- wiskundige technieken en methoden kennen en gebruiken die nuttig en nodig zijn bij het oplossen van niet-wiskundige problemen;</p> <p>- systematisch en methodisch leren werken;</p> <p>- stappen in een oplossingsproces leren onderscheiden;</p> <p>- vaardigheid hebben in het uitvoeren van standaardalgoritmen;</p> <p>- vaardigheid hebben in standaardmethodieken bij toepassingsproblemen binnen en buiten de wiskunde;</p> <p>- zelf oplossingen bedenken;</p> <p>- om kunnen gaan met instrumenten en apparatuur.</p>

	sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
Inhoud	Probleemaanpak	<p>In de oplossing van een probleem met behulp van wiskundige hulpmiddelen: relevante gegevens onderscheiden, passend en efficiënt (reken)model kiezen, correct redeneren, conclusies trekken. In de presentatie van de oplossing deze volgorde kunnen hanteren, echter in een oplossingsproces kriskras door deze stappen heen kunnen gaan.</p> <p>Het voorbeeld 'Gezond gewicht' hieronder illustreert doorlopend van hoofdstuk 4 via 5 naar 6 hoe een onderscheid gemaakt kan worden in eisen op de verschillende niveaus.</p>		
		Bij het oplossingen van problemen volstaat redeneren binnen de context, dan wel gebruik van een eenvoudig model, direct gerelateerd aan de context,	Gebruik leren maken van eenvoudige modellen (in het voorbeeld: verhoudingstabel, grafiek, nomogram) bij het oplossen van problemen.	Bij oplossen van problemen de situatie vertalen naar een wiskundig model en daarbinnen formele oplossingsprocedures gebruiken (in het voorbeeld hieronder de grafiekenbundel uit hoofdstuk 6).

sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
Verbanden en structuren	Leerlingen ontwikkelen het vermogen om in de verschillende situaties aan wiskunde gerelateerde informatie te herkennen, te interpreteren en te gebruiken en toe te passen in andere contexten.		
	Interpreteren en gebruiken is steeds contextgebonden, bijvoorbeeld bij optellen van twee bedragen volstaat: Euro's bij elkaar nemen; centen bij elkaar nemen; resultaat samenvoegen.	In een situatie gebruikt model toepassen in een andere situatie. Bijvoorbeeld het omzetten van een recept met behulp van een (verhoudings)tabel, toepassen bij het mengen van cement.	Op formeel niveau hanteren van oplossingsstrategieën. Bijvoorbeeld rekenen met geld zien als rekenen met decimale getallen en de bijbehorende rekenvaardigheid routinematig toepassen.
Vaardigheden en routines	Daartoe bouwen ze een repertoire op van parate kennis, inzichten, routines en attitudes. Omgang met rekenapparatuur en computers heeft in het wiskundeonderwijs een belangrijke en veelzijdige plaats: leerlingen leren ze gebruiken als hulpmiddel, informatiebron en communicatiemiddel.		
	Het is leerlingen steeds gegund om binnen de context te redeneren en te werken, het gebruik van ondersteunende modellen wordt gestimuleerd.	Leerlingen leren routinematig modellen te gebruiken bij het oplossen van problemen binnen situaties. (Binnen verhoudingssituaties weten zij direct dat ze een verhoudingstabel kunnen gebruiken).	Gebruikte modellen worden objecten van studie op zich. Bijvoorbeeld handelingen met formules worden losgemaakt van de context. (Als $a \times b = c$ dan is $c/b = a$ onafhankelijk welke variabelen weergegeven worden door a, b of c).

	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
Doorkijkje	<p>Verband tussen rekenregels, grafieken, tabellen en de achterliggende situatie, zie: http://www.slo.nl/themas/00019/006/00002/</p> <p>Gezond gewicht 1 t/m 4: Over redeneren, vuistregels, formules en grafieken. Geschikt voor eind tweede leerjaar (paragraaf 5 eventueel deels); Samenhang met verzorging, M&N. Zie ook kd 25.</p>	<p>Verband tussen woordformules, rekenregels, grafieken, tabellen en de achterliggende situatie, zie: http://www.slo.nl/themas/00019/006/00002/</p> <p>Gezond gewicht 1 t/m 5: Over redeneren, vuistregels, formules en grafieken. Geschikt voor tweede leerjaar (paragraaf 6 eventueel). Samenhang met verzorging, M&N. Zie ook kd 25.</p>	<p>Verband tussen formules, rekenregels, grafieken, tabellen en de achterliggende situatie, zie: http://www.slo.nl/themas/00019/006/00002/</p> <p>Gezond gewicht: Over redeneren, vuistregels, formules en grafieken. Geschikt rond introductie van formules en verbanden. Samenhang met verzorging, M&N. Zie ook kd 25.</p>

21 Wiskundig redeneren

	Omschrijving:	Toelichting:
Kerndoel	De leerling leert een wiskundige argumentatie op te zetten en te onderscheiden van meningen en beweringen en leert daarbij met respect voor ieders denkwijze wiskundige kritiek te geven en te krijgen.	<p>Bij dit kerndoel gaat het erom dat leerlingen:</p> <ul style="list-style-type: none"> - kwaliteit van redeneren ontwikkelen; - definitie, stelling(name), vermoeden en conclusie kunnen formuleren, herkennen en onderscheiden van elkaar; - (strikte) bewijsvoering en aannemelijk maken kunnen herkennen en onderscheiden van elkaar; - generaliseren en analyseren; <p>- reflecteren op eigen wiskundige activiteiten en die van anderen en deze kritisch beoordelen;</p> <p>- de mogelijkheden waarderen die wiskunde biedt door gevoel voor en vertrouwen in wiskundige denkwijzen te ontwikkelen en door plezier te beleven aan wiskundige activiteiten;</p> <p>- vertrouwen opbouwen in eigen kunnen op wiskundig gebied alleen en in samenwerking met anderen.</p>

	sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
Inhoud	Zekerheid	<p>Het gaat om ontwikkelen van vertrouwen in wiskundig redeneren. Hoe zeker en waarom ben je er zeker van dat je redeneringen kloppen? Gezag van personen met een zeker aanzien kan een start zijn, maar mag nooit de uiteindelijke basis zijn van het vertrouwen in het wiskundig handelen.</p>		
		<p>Vertrouwen in redeneren vanuit de situatie: De structuur van de situatie kan het redeneren onderbouwen. Voorbeeld: 30% korting betekent dat je 30% uitrekt en dat van het oorspronkelijke bedrag aftrekt.</p>	<p>Vertrouwen in procedures: Bij bepaalde handelingen horen bepaalde procedures. Voorbeeld: 30% korting betekent dat je 70% van het oorspronkelijke bedrag uitrekt, en dat doe je door met 0,7, dan wel $\frac{7}{10}$ te vermenigvuldigen.</p>	<p>Vertrouwen in de structuur: de wiskundige structuur achter de redeneringen wordt zodanig deel van het denken van de leerling dat deze daar het vertrouwen en de zekerheid aan ontleed bij het wiskundig denken en handelen. Voorbeeld: Bij rekenen met procenten weet je dat 100% een factor 1 betekent en dat je daar het percentage, omgezet in een decimaal getal bij optelt dan wel van aftrekt.</p>

sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
	<p>Transfer: Herkennen dat wiskundige activiteiten in de ene context vergelijkbaar is met die in een andere. De wiskundige handelingen in de ene context kun je dus ook gebruiken in de andere. Voorbeeld: Rekenen met hoeveelheden voor een recept gaat op dezelfde manier als rekenen met hoeveelheden voor beton.</p>	<p>Transfer: In situaties met dezelfde structuur de procedures waarmee je vertrouwd bent in kunnen zetten. Voorbeeld: Een 'deel-geheel' probleem oplossen met een berekening met procenten, dan wel decimale getallen of breuken.</p>	<p>Transfer krijgt een ander karakter: Bij veel leerlingen, ook h/v, heeft het logisch redeneren langere tijd ondersteuning met modellen waarin de achterliggende wiskundige structuur terug te vinden is. Bijvoorbeeld: Veel leerlingen hebben bij haakjes verdrijven steun aan een rechthoekmodel of een tabel.</p>
Beleving	<p>Begrijpen hoe structuren in elkaar zitten en hoe je die structuur kunt gebruiken bij het redeneren en je daarin zeker voelen, levert een bijdrage aan het gevoel van eigenwaarde. Hierbij dient, mits voldoende positieve ervaringen worden opgedaan, beslist regelmatig de grens van de mogelijkheden van de leerlingen worden opgezocht. Naarmate meer moeite is gedaan voor het bereiken van een resultaat, zal de beleving sterker zijn.</p>		
	<p>Dit kan ik en ik weet dat het zo moet omdat het klopt met de context.</p>	<p>Ik kan iets in deze situatie, omdat ik het ook kon in een andere situatie met dezelfde structuur.</p>	<p>Ik begrijp deze structuur en ik kan de structuur toepassen op situaties binnen en buiten de wiskunde.</p>
Verantwoording geven en kritisch benaderen	<p>Naast het communiceren van wiskundige activiteiten en resultaten (zie kerndoel 19) is het kunnen verantwoorden van je activiteiten en resultaten van belang. Ook moet je kritisch opbouwend kunnen reageren op de verantwoording van anderen.</p>		
	<p>Van redeneren binnen de wereld om je heen</p>	<p>naar</p>	<p>redeneren binnen de wereld van de wiskunde.</p>
Reflectie	<p>Terugkijken op het leerproces om begrip te versterken en te verankeren.</p>		
	<p>Zien hoe je een probleem hebt aangepakt en (eventueel met hulp) hoe je die aanpak in een vergelijkbare situatie kunt gebruiken. Het rekenen met dollars gaat op dezelfde manier als met euro's of met guldens (horizontaal mathematiseren met handelingen).</p>	<p>Aanpak van een probleem analyseren en eventueel verbeteren. De aanpak in een situatie vertalen naar een andere situatie. Voorbeeld: Het vergelijken hoeveelheid versus prijs met behulp van (lineaire) grafieken vertalen naar tijd versus afstand (horizontaal mathematiseren met structuren).</p>	<p>Aanpak van een probleem analyseren en verwoorden in termen los van de context. Bij een probleemaanpak een wiskundig model herkennen. Een wiskundig model in kunnen zetten bij het oplossen van een probleem (verticaal mathematiseren). Voorbeeld: Het bepalen van het snijpunt van twee grafieken, gegeven de formules, vertalen in een vergelijking en terug.</p>

	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
Doorkijkje	<p>Op het klassenfeestje worden pannenkoeken gebakken en gegeten. Er komen 21 leerlingen en twee leraren, je rekent vier pannenkoeken per persoon.</p> <p>Op internet vind je het volgende recept voor pannenkoeken. http://www.kookotheek.com/pannenkoeken/basis_recept_voor_pannenkoeken.htm</p> <p>Ingrediënten: Voor ongeveer 8 pannenkoeken: 200 gram tarwebloem; mespunt zout; 2 eieren; 1/2 liter melk; ca. 50 gram boter; eventueel 1 eetlepel suiker voor zoete pannenkoeken</p> <p>Opdracht: Maak een bijpassend boodschappenlijstje.</p> <p>Dit kan een opdracht zijn uit een methode voor wiskunde, verzorging, mens en natuur of gewoon een van de taken die in de voorbereiding van een klassenfeestje passen.</p> <p>Zie voor de inhoudelijke uitwerking kerndoel 23</p>		
	De wiskunde zit in het kunnen controleren in de context dat de uitkomsten kloppen: Het komt steeds goed uit dus de berekening zal correct zijn geweest.	De leerling ziet dat het om een verhoudingssituatie gaat en weet dat een verhoudingstabel dan altijd goed zal werken.	De leerling weet dat in een verhoudingstabel een vaste verhoudingsfactor geldt. Als de factor bekend is dat weet de leerling dat deze steeds kan worden gebruikt ook al heeft die schijnbaar geen relatie meer met de context (de factor 8,625 bij 3 pannenkoeken per persoon).

22 Rekenstructuren doorzien en rekenbegrippen gebruiken

	Omschrijving:	Toelichting:
Kerdoel	De leerling leert de structuur en de samenhang te doorzien van positieve en negatieve getallen, decimale getallen, breuken, procenten en verhoudingen en leert ermee te werken in zinvolle en praktische situaties.	Bij dit kerndoel gaat het erom dat leerlingen vertrouwd raken met de rol die getallen vervullen in de wereld om hen heen. Zij brengen getallen in verband met de achterliggende situaties, kunnen daarmee relevante bewerkingen uitvoeren en ervaren dat zij daarmee meer grip hebben op de wereld om hen heen. Binnen havo vwo is daarnaast aandacht voor de getallenwereld als formeel systeem. Dit levert een basis voor verder te ontwikkelen algebraïsche vaardigheden. Doel is om vat te krijgen op de interne logica van het getalsysteem. Beheersing van de formele rekenregels staat in dienst daarvan en is geen doel op zich.

	sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
Inhoud	Negatieve getallen	Negatieve getallen als middel om situaties te beschrijven. Daarin zijn negatieve getallen steeds 'gerichte grootheden': Vanuit een '0-situatie' kun je twee kanten op, 'onder 0' en 'boven 0'. Grootheden die doorlopen 'onder 0' aflezen en binnen de situatie stappen maken, ook die 'over de 0' gaan.	Binnen situaties berekeningen maken met grootheden die negatieve waarden aan kunnen nemen. Formeel rekenen met negatieve getallen alleen m.b.v. ondersteunende modellen. Dit kan overigens wachten tot klas 3/4.	Uitbreiding van het rekenen met positieve getallen naar rekenen met positieve en negatieve getallen. Dit op basis van begrip, door bijvoorbeeld toepassen van het permanentieprincipe.
	Verhoudingen en procenten	Handig rekenen in verhoudings- en procentsituaties. Onderscheid maken tussen situaties waarin wel en waarin niet verhoudingen van toepassing zijn. In situaties en met getallen die relatief eenvoudig zijn gekozen berekeningen maken. Het rekenen wordt ondersteund door modellen als getalstroken en verhoudingstabel.	Bij situaties een verhoudingstabel maken, de vermenigvuldigfactor bepalen en met behulp van de tabel relevante berekeningen maken. In kortings- en opslagsituaties aangeven wat 100% is en procentberekeningen uitvoeren. Percentages boven 100% komen voor.	Verhoudingstabel gebruiken als basis voor evenredige en lineaire verbanden. Percentage vertalen in verhoudingsfactor en omgekeerd. Werken met procent op procent situaties en deze opvatten als voorbeeld van exponentiele groei.
	Breuken en decimale getallen	Berekeningen maken met breuken en decimale getallen, deze ordenen en in elkaar omzetten, eventueel met behulp van de ZRM.		

	sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
		Binnen meet- en geldsituaties eenvoudige berekeningen maken met decimale getallen. Breuken gebruiken als beschrijver van een deel van het geheel (een van de drie) en daarmee eenvoudige berekeningen maken (twee kwarten zijn samen de helft).	Situaties met breuken waar zinvol omzetten in berekeningen. Binnen situaties relevante berekeningen maken met decimale getallen en breuken.	Formele rekenregels bij breuken en kommagetallen hanteren op basis van begrip. Eigenschappen van breuken en kommagetallen. Denk aan positiestelsel, repeterende breuken.
	Onderlinge samenhang	Verhouding, procent, breuk, decimaal getal, deling, deel van met elkaar in verband brengen. Situaties en problemen, uit andere domeinen en andere leergebieden, waarin negatieve getallen, breuken, decimale getallen, verhoudingen en procenten een rol spelen, komen veelvuldig aan de orde.		
		De leerlingen hebben een repertoire met regelmatig in situaties voorkomende getallen. Binnen een situatie is een kwart hetzelfde als 25%, dat kun je ook zeggen als één van de vier, of 1/4 keer en schrijven als 1/4	In situaties zijn de leerlingen vaardig in het in elkaar omzetten van breuken, decimale getallen, delingen en omschrijvingen daarvan. In verhoudingssituaties kunnen zij het verband aangeven met de vermenigvuldigfactor in een verhoudingstabel. Zij kunnen het achterliggend verband weergeven in een woordformule.	De leerlingen kunnen breuken, decimale getallen, delingen en omschrijvingen daarvan in elkaar omzetten. Zij kunnen het verband aangeven met de vermenigvuldigfactor in een verhoudingstabel en het achterliggende verband weergeven in een formule.
ACTIVITEITEN		Wat doen de leerlingen?	Wat doen de leerlingen?	Wat doen de leerlingen?
	Negatieve getallen			
		De leerlingen werken in hun bekende situaties waarbinnen de grootte over de 0 heen loopt. Dat zal zich in het algemeen beperken tot geldsituaties, hoogte t.o.v. zeespiegel eventueel maaiveld en temperatuur. Zij maken daarbij eenvoudige berekeningen binnen de situatie.	De leerlingen werken met nieuwe situaties (bijv. tijdsverschillen, jaartallen) waarbinnen grootheden positieve en negatieve waarden aan kunnen nemen. Zij drukken veranderingen van de waarde van de grootte uit in berekeningen en voeren deze uit.	De leerlingen verkennen het rekenen met negatieve getallen door (binnen en buiten situaties) de regelmaat bij berekeningen met positieve getallen voort te zetten in het negatieve gebied. Hierbij maken zij ruim gebruik van tabellen, grafieken en rekenregels. Zij maken daarbij gebruik van spreadsheets en zrm.

sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
Verhoudingen en procenten	De leerlingen werken met situaties waarin verhoudingen een rol spelen en zij eenvoudige berekeningen moeten maken, zoals een recept aanpassen. Zij maken kennis met de verhoudingstabel als middel om deze berekeningen overzichtelijk weer te geven. Met behulp van ondersteunende modellen maken zij eenvoudige procent berekeningen van de vorm 'zoveel procent eraf dan wel erbij'.	De leerlingen herkennen of het in een situatie om verhoudingen gaat en kunnen daarbij berekeningen uitvoeren. Zij geven hun berekeningen weer en verantwoorden deze door middel van een verhoudingstabel. Zij analyseren situaties waarin procenten een rol spelen. Zij rekenen met procenten, eventueel met behulp van de zrm.	De leerlingen zetten daar waar relevant verhoudings- en procentsituaties om in verbanden tussen variabelen. Zij maken daarbij gebruik van computerprogramma's.
Breuken en decimale getallen	In meet- en geldsituaties rekenen de leerlingen met kommagetallen. Zij geven bij verdeelproblemen uitkomsten weer met behulp van kommagetallen.	Waar zinvol interpreteren leerlingen bij voorbeeld drie van de vier als $\frac{3}{4}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{4}$ van 3; $3 \times \frac{1}{4}$; 0,75 keer. Zij kiezen zelf een rekenwijze die leidt tot het antwoord op de achterliggende opdracht. Zij passen de nauwkeurigheid van het antwoord aan aan de situatie.	Leerlingen maken berekeningen met breuken en lichten deze eventueel met behulp van een tekening toe. Zij zetten decimale getallen om in breuken en omgekeerd. Zij doen onderzoek naar de decimale ontwikkeling van breuken.
Samenhang	De leerlingen geven aan dat de helft nemen (van 1 resp. 3 meter/euro) hetzelfde is als delen door 2. Zij schrijven het resultaat als 0,5 m resp. 1,5 m of bij rekenen met geld als 0,50 euro resp. 1,50 euro. Zij gebruiken deze vaardigheden veelvuldig in allerlei situaties.	Aanvullend op bovenstaande geven leerlingen de verhoudingsfactor weer als decimaal getal of breuk. Zij houden een bepaalde periode een logboek bij van situaties waarin zij met getallen hebben gewerkt (een opdracht die op veel plaatsen bruikbaar is, maar alleen bruikbaar is als iets met de resultaten wordt gedaan; verslag, presentatie,).	De leerlingen verwoorden hoe zij breuken, decimale getallen, procenten en verhoudingsfactoren in elkaar om zetten. Zij houden een bepaalde periode een logboek bij van situaties waarin zij met getallen hebben gewerkt (een opdracht die op veel manieren bruikbaar is, maar alleen bruikbaar is als iets met de resultaten wordt gedaan; verslag, presentatie,).

	sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
		Wat doet de docent?	Wat doet de docent?	Wat doet de docent?
Activiteiten	Introductie activiteiten	Regelmatig een probleem voor de klas over positief-negatief, dan wel verhouding-procent, dan wel breuk-decimale getallen.	Met de klas voorbeelden inventariseren van positief-negatief, dan wel verhouding-procent, dan wel breuk-decimale getallen.	Met klas bespreken 'hoe' er wordt gerekend met positief-negatief, dan wel verhouding-procent, dan wel breuk-decimale getallen; ophalen van kennis uit basisonderwijs. Aantal modellen presenteren.
	Reflectieve activiteiten	Individueel en soms met groep bespreken hoe leerlingen opdrachten aanpakken. Analoge situaties presenteren en leerlingen laten vertellen hoe(!) zij die situatie aanpakken. Op een rij zetten van de activiteiten met getallen in andere domeinen en leergebieden. Individueel en in de groep regelmatig vragen stellen in de trant van en als? (kleine, voornamelijk getalsmatige verandering in de opdracht).	Met groep soms individueel bespreken hoe leerlingen problemen aanpakken. Veel reflectie op samenhang bij bijvoorbeeld de verhoudingstabel. Wat is de verhoudingsfactor, hoe ziet die er uit 'de andere kant op', om hoeveel procent gaat het dan, hoe ziet die er uit als breuk/dan wel decimaal getal. Individueel en in de groep regelmatig vragen stellen in de trant van en als? (kleine verandering in de opdracht, bijvoorbeeld in de situatie).	Regelmatig voorbeeldgedrag (hardop denken, vooral ook in termen van waarom en want) laten zien bij het bespreken van opdrachten. Daarbij werken met modellen en formeel procedureel rekenen naast elkaar laten zien. Individueel en in de groep regelmatig vragen stellen in de trant van en als? (kleine verandering in de opdracht, bij voorbeeld in de relatie tussen de betrokken grootheden).
	Activiteiten tijdens het 'werken aan'	Regelmatig werkbladen met rekenactiviteiten. Deze rekenactiviteiten moeten in het algemeen met redeneren in de situatie op te lossen zijn. Stimulans om eigen goede manieren te gebruiken. Plannen van rekenactiviteiten in andere domeinen en leergebieden (overleg met collega's). Leerlingen steeds stimuleren om te redeneren. Goed werkende eigen manieren waarderen en routine in laten opbouwen. Gebruik van modellen als verhoudingstabel stimuleren, maar niet voorschrijven.	Regelmatig opdrachten oefenen. Bij positief-negatief kommagetallen opnemen en andersom. Bij activiteiten in andere domeinen waar relevant aandacht voor thema (meetkunde: vergroten en verkleinen, algebra: lineaire verbanden). Leerlingen steeds stimuleren om te redeneren. Goed werkende eigen manieren waarderen, maar steeds koppelen aan gebruik van modellen als verhoudingstabel.	Opdrachten gebruiken met afwisseling in de procedure (routine is gevolg van veel denken over, niet van steeds hetzelfde doen). Afwisseling kale opdrachten en modelondersteunde opdrachten. Leerlingen steeds stimuleren om te redeneren. Goed werkende eigen manieren waarderen als tussenfase in het leren; aangeven dat modelgebruik een tussenfase en hulpmiddel is om tot denken binnen een formeel systeem te komen.

	sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
Doorkijkje	<p>De opdrachten zijn globaal geformuleerd, voor gebruik bij leerlingen dienen ze of verder te worden uitgewerkt of dienen opdrachten gezocht te worden waarmee dezelfde activiteiten kunnen worden uitgevoerd.</p> <p>De hoofdjes bij de voorbeeldopdrachten vormen geen volstrekt gescheiden indeling.</p> <p>'Ik kan wiskunde' is een attitude toets, ontworpen door SLO in opdracht van Onderbouw VO, waarin de leerling aangeeft in hoeverre die denkt de diverse onderdelen van het wiskundecurriculum uit het basisonderwijs te beheersen.</p> <p>Een en dezelfde opdracht kan als introductieopdracht, verwerkingsopdracht, als illustratie van samenhang, maar ook als reflectieopdracht dienen. De rol die de opdracht vervult wordt in hoge mate bepaald door het moment van aanbieden en de denkactiviteiten die leerlingen en docent daarbij laten zien.</p>			
	Introductieopdrachten	<p>In groep aan de orde stellen:</p> <p>Wat kunnen de volgende getallen betekenen: 0,7; 1,35; 63, -14 Als het gaat om lengte, gewicht, geld.</p>	<p>Uit 'Ik kan wiskunde' de vragen 17 t/m 21</p> <p>Nabespreking (in tweetallen): aan elkaar vertellen hoe je de opdracht hebt gedaan. Ontwerp zelf enkele opdrachten waarmee je laat zien wat je kunt.</p>	<p>Uit 'Ik kan wiskunde' de vragen 17 t/m 21</p> <p>Nabespreking (in tweetallen): aan elkaar vertellen hoe je de opdracht hebt gedaan. Ontwerp zelf enkele opdrachten waarmee je laat zien wat je kunt.</p>
	Reflectie	<p>Bij 3-4-5 steek bespreken waarom voor een tegelvloer in de keuken 3 m, 4 m, 5 m niet geschikt is (te groot) en waarom 30 cm, 40 cm, 50 cm ook niet (te klein, onnauwkeurig).</p> <p>Manieren waarop je een geschikte grootte kunt maken (zet er een maat achter die in de buurt komt, dan alles keer 2, keer 3, of de helft).</p> <p>Waar moet je altijd voor zorgen?</p> <p>Hoe kun je de manieren van werken met de 3-4-5 steek gebruiken om een recept voor pannenkoeken aan te passen?</p>	<p>Docent met de groep:</p> <p>Vergelijk bij procenten het werken met een verhoudingstabel met een rekenprocedure om procenten om te rekenen.</p> <p>Hoe laat je zien dat beide toch op hetzelfde neerkomt?</p>	<p>Blijkbaar zit het rekenen zo in elkaar dat bepaalde regelmaten zich wel voort moeten zetten.</p> <p>Die regelmaten kun je laten zien met behulp van tabellen, maar ook grafieken.</p> <p>Maar er zitten ook formules achter, daar is al mee gewerkt in de spreadsheet.</p> <p>Maak een tabel in een spreadsheet met behulp van een formule. Genereer een grafiek.</p> <p>Wat zijn de variabelen?</p>


sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
Verwerkingsopdracht	<p>Met de 3-4-5 steek maak je een rechte hoek. Kies geschikte maten als je een rechte hoek maakt:</p> <ul style="list-style-type: none"> - op een blaadje papier - in de keuken - in de tuin - in een weiland 	<p>Zet een recept in een verhoudingstabel en geef aan hoe je daarin de hoeveelheden omrekent naar een ander aantal personen. Eerst een recept van 2 naar 6, dan een recept van 3 naar 7 personen.</p> <p>Negatieve getallen rekenen in voorbeeldsituaties. Voorbeeld: Op trektocht door Israel en Jordanië.</p>	<p>Oefeningen waarin regelmaat te herkennen en te gebruiken is: $1 \times 0,3 = \dots$, $2 \times 0,3 = \dots$, \dots Grafiek maken van $y = 0,3x$ en aflezen: $1,5 \times 0,3$ Hetzelfde kan in een spreadsheet. Had je dat antwoord al kunnen voorspellen vanuit het rijtje? Veel oefenmateriaal waar de open plekken op verschillende plaatsen staan: $0,25 + \dots = 1,75$; $\dots \times 3 = 4,2$ Wat als de + een x wordt en omgekeerd?</p>
Samenhang	<p>Plaatsen binnen situaties uit bijvoorbeeld meetkunde (zie boven). Andere leergebieden bijvoorbeeld M&N, recepten.</p>	<p>Gebruik zeker in eerste instantie de verhoudingstabel bij het omrekenen van procenten.</p> <p>Zoek situaties waar decimale getallen worden gebruikt. Welke 'sommen' zie je bij het tanken van benzine? Bij welke andere vakken kom je meer van dit soort 'sommen' tegen?</p>	<p>Overal waar met maatgetallen wordt gewerkt blijken de achterliggende rekenregels te gelden. Is dat toeval? Bij negatieve getallen werkt de methode van rijen ook prima: $4 \times 3 = 12$; $3 \times 3 = \dots$; $2 \times 3 \dots$; $0 \times 3 = \dots$; $-1 \times 3 = \dots$ Ook hier is ondersteuning met behulp van grafieken goed mogelijk. Zie Nog vijf nachtjes slapen en verder in 'Onder Nul'.</p>

23 Exact en schattend rekenen

	Omschrijving:	Toelichting:
Kerndoel	De leerling leert exact en schattend rekenen en redeneren op basis van inzicht in nauwkeurigheid, orde van grootte, en marges die in een gegeven situatie passend zijn.	Bij dit kerndoel gaat het erom dat leerlingen: Getallen gebruiken om kwantitatieve aspecten van de wereld om hen heen te begrijpen en te beschrijven. Betekenis geven aan getallen die tegenkomen in de media, handel, vrije tijd, thuis en op school. Berekeningen maken die relevant zijn voor de situatie en de uitkomsten gebruiken om verschillende mogelijkheden te vergelijken. Daarbij de juiste bewerkingen kunnen kiezen. In staat zijn een geschikt nauwkeurniveau te kiezen en voor de getallen die zij gebruiken als input voor hun berekeningen en voor de uitkomsten.

	sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo	
Inhoud	Schattend rekenen	Schattend rekenen heeft betrekking op het passend omgaan met ervaringsgegevens, benaderingen, afrondingen, (on)-nauwkeurigheden en schattingen in zowel toepassingsituaties als in contexten binnen de wiskunde zelf. Schatten en schattend rekenen is te verwoorden als een houding waarmee je situaties, problemen en vraagstukken waarin getallen een rol spelen benadert om structuur te brengen in deze situaties en er grip op te krijgen. Dit zonder meteen over te hoeven gaan tot gedetailleerd rekenen al dan niet met behulp van wiskundige technieken. Achter het schattend rekenen zit een aantal rekenvaardigheden als kennis van de tafels, het hoofdrekenen en, in het bijzonder als er veel nullen in het spel zijn, het positiestelsel binnen decimale systeem. Daarnaast vereist schattend rekenen ook het verbinden van deze vaardigheden met getallen zoals die op de leerling afkomen. Dat kunnen uitkomsten van tellingen of andere metingen zijn, door de leerling zelf verricht, maar ook door anderen. Het kan gaan om prijzen en percentages, maar ook om getallen in wiskundige contexten of binnen de getallenwereld zelf.	Het zal vooral gaan om werken met getallen binnen voor de leerling bekende situaties of anders situaties waar zij eerst vertrouwd moeten kunnen raken. Verder zal het gaan om getallen en waarden die binnen hun directe waarnemingsvermogen liggen. Bij voorbeeld moeten zij zonder nauwkeurig rekenen inzien dat je voor een treinkaartje van € 9,75 en een bioscoopkaartje van € 11,35 meer dan een briefje van € 20,- mee moeten nemen	Hier wordt een groter beroep gedaan op het voorstellingsvermogen van de leerlingen. Binnen relatief complexe en onbekende situaties moet de leerling door benaderingen, afrondingen en eventueel aanpassing van de eenheden zich een beeld kunnen vormen. Bij voorbeeld een schatting maken van de tijd die nodig is om een zwembad van 10,75 m bij 4,80 m bij 1,60 m te vullen als de kraan 25 l per minuut levert.	Hier zal de leerling uiteindelijk ook in abstracte situaties schattenderwijs met getallen om kunnen gaan. Bij voorbeeld kan eind leerjaar 2 worden verwacht: Substitutie van $x = 11,3$ in $3,2x^2 + 0,5x$ levert zeker een uitkomst boven 100 (300) en onder 1000 (500) op.

sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
Cijferend rekenen	Leerlingen komen vanuit het primair onderwijs met zeer grote verschillen in rekenvaardigheid het voortgezet onderwijs binnen. De traditionele staartdeling en het onder elkaar vermenigvuldigen zal normaal gesproken niet meer tot het repertoire van de leerlingen behoren. In vaardigheden als rekenen met procenten, kommagetallen of breuken zullen de onderlinge verschillen sterk uiteen lopen, ook binnen de verschillende schooltypen.		
	Op basis van redeneren in de context of met behulp van ondersteunende modellen kan de leerling in concrete situaties rekenproblemen oplossen.	Naast het gebruik van ondersteunende modellen bij het rekenen komen meer formele rekenprocedures voor standaard rekensituaties voor. Met eenvoudige breuken kunnen rekenen.	Rekenprocedures worden formeler en omgezet in de taal van de algebra. Ondersteuning met modellen die en het rekenen en de algebra illustreren is echter voor alle leerlingen begripsondersteunend en voor veel leerlingen onontbeerlijk.
Getallenrepertoire	Uitbreiding met Pi en wortels; miljoen en miljard.		
	Pi en wortels zijn in het gewone gebruik decimale getallen, met meestal twee en soms drie of meer decimalen afhankelijk van de situatie en de opdracht.	Pi en wortels hebben in hun decimale weergave een oneindig doorlopende decimale ontwikkeling. Op basis van de situatie en het probleem kan de leerling zelf een adequate afronding kiezen. Grote getallen lezen en schrijven, op orde van grootte vergelijken plaatsen op de getallenlijn.	Pi en wortels zijn een toevoeging aan het getallensysteem. Het zijn geen breuken, maar echt nieuwe getallen. Wortels en breuken zijn getallen en niet alleen bewerkingen die nog moeten worden voltooid.
Rekenapparatuur	Het gaat om vaardig en adequaat gebruik van de rekenmachine binnen concrete probleemstellingen waarin moet worden gerekend. Dit met de daarbij vereiste kennis van de werking van de rekenmachine. Daar waar de structuur van het rekenen zelf aan de orde is of cijfervaardigheden worden geoefend zal de rol van de rekenmachine hooguit die van controlemiddel zijn. De spreadsheet kan zeker ook een rol krijgen echter dat zal vooral zijn als verbanden en formules (kd 25) aan de orde komen.		
		Uitkomsten geschreven in de wetenschappelijke notatie af kunnen lezen.	Rekenmachine of spreadsheet gebruiken bij onderzoeken naar getalstructuren, bijvoorbeeld repeteren van de decimale ontwikkeling bij een aantal breuken.

	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo																			
Dodorkijkje	<p>Op het klassenfeestje worden pannenkoeken gebakken en gegeten. Er komen 21 leerlingen en twee leraren, je rekent vier pannenkoeken per persoon.</p> <p>Op internet vind je het volgende recept voor pannenkoeken. http://www.kookotheek.com/pannenkoeken/basis_recept_voor_pannenkoeken.htm</p> <p>Ingrediënten: Voor ongeveer 8 pannenkoeken: 200 gram tarwebloem; mespunt zout; 2 eieren; 1/2 liter melk; ca. 50 gram boter; eventueel 1 eetlepel suiker voor zoete pannenkoeken</p> <p>Opdracht: Maak een bijpassend boodschappenlijstje.</p> <p>Dit kan een opdracht zijn uit een methode voor wiskunde, verzorging, mens en natuur of gewoon een van de taken die in de voorbereiding van een klassenfeestje passen.</p>																					
	<p>Het benodigde aantal pannenkoeken is $4 \times 23 = 92$ pannenkoeken. Een zwakke rekenaar kan eventueel eerst voor 10 leerlingen (40 stuks), dan nog een keer voor tien leerlingen (weer 40 stuks) dan nog één leerling (4 stuks) en twee leraren (8 stuks) berekenen en zo het totaal van 92 pannenkoeken bepalen.</p> <p>Voor het bepalen van de hoeveelheid bloem is een tabel een nuttig hulpmiddel.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Pannenkoeken</th> <th>Bloem</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>8 stuks</td> <td>200 gram</td> </tr> <tr> <td>80 stuks</td> <td>2000 gram</td> </tr> <tr> <td>8 erbij</td> <td>200 gram</td> </tr> <tr> <td>4 erbij</td> <td>100 gram</td> </tr> <tr> <td>92 (80+8+4) stuks</td> <td>2300 gram = 2,3 Kg Dus 3 pakken bloem van 1 kg</td> </tr> </tbody> </table>	Pannenkoeken	Bloem	8 stuks	200 gram	80 stuks	2000 gram	8 erbij	200 gram	4 erbij	100 gram	92 (80+8+4) stuks	2300 gram = 2,3 Kg Dus 3 pakken bloem van 1 kg	<p>23 personen ieder vier pannenkoeken geeft een totaal van 92 pannenkoeken.</p> <p>Voor de verdere berekeningen volstaat hier een verhoudingstabel:</p> <p>bloem is een tabel een nuttig hulpmiddel:</p> $: 8 \quad \times 92$  <table border="1"> <thead> <tr> <th>Pannenkoeken</th> <th>8 st.</th> <th>1 st.</th> <th>92 st.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bloem</td> <td>200 g</td> <td></td> <td>2300 gr</td> </tr> </tbody> </table>	Pannenkoeken	8 st.	1 st.	92 st.	Bloem	200 g		2300 gr
Pannenkoeken	Bloem																					
8 stuks	200 gram																					
80 stuks	2000 gram																					
8 erbij	200 gram																					
4 erbij	100 gram																					
92 (80+8+4) stuks	2300 gram = 2,3 Kg Dus 3 pakken bloem van 1 kg																					
Pannenkoeken	8 st.	1 st.	92 st.																			
Bloem	200 g		2300 gr																			

	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
			<p>Film One, deel 'de oude Grieken'. Hierin wordt aan de orde gesteld dat Pythagoras meende dat de hele wereld uit gehele getallen was opgebouwd. Waarom de naar hem genoemde beroemde stelling aantoonde dat dit niet het geval kon zijn, wordt echter niet uitgewerkt.</p> <p>Kern daarvan: $\sqrt{2}$ en iedere wortel die niet mooi uitkomt, is geen breuk. Het bewijs van Euclides, uit het ongerijmde kan ergens in de onderbouw havo-vwo aan de orde worden gesteld.</p> <p>Kern: Als ik uit een aanname via logisch redeneren iets af kan leiden dat niet waar kan zijn, dan moet de aanname wel fout zijn geweest.</p>

Kerndoel 24 Meten en metriek stelsel

	Omschrijving:	Toelichting:
Kerndoel	De leerling leert meten, leert structuur en samenhang doorzien van het metriek stelsel en leert rekenen met maten voor grootheden die gangbaar zijn in relevante toepassingen.	<p>Bij dit kerndoel gaat het erom dat leerlingen:</p> <p>In toenemende mate vaardigheid ontwikkelen in het meten en redeneren in meetsituaties, dit in samenhang een toenemend maatbesef en inzicht in ons maatstelsel.</p> <p>Het in het primair onderwijs verworven repertoire aan eigen referenties, maten en hun onderlinge relaties uitbreiden waaronder het werken met samengestelde grootheden.</p> <p>De inhouden en vaardigheden uit dit kerndoel leren gebruiken in samenhang met de andere kerndoelen, in het bijzonder die met betrekking tot schatten (23) en meetkunde (26).</p>

	sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
Inhoud	Meetstrategieën	<p>Binnen de wiskunde in het VO komt het feitelijk meten zelf in de praktijk zeer beperkt voor. Dat kan spijtig worden genoemd aangezien activiteiten als aflezen, nauwkeurigheid bepalen, afronden zeer wiskundig van karakter zijn.</p> <p>Het meten zelf geeft deze activiteiten een grotere betekenis. Ook kunnen door het zelf uitvoeren van meetactiviteiten verhoudingen tussen grootheden meer betekenis krijgen op een concreet niveau.</p>		
		<p>Directe metingen kunnen verrichten om concrete rekenen en meetkundige problemen op te kunnen lossen.</p> <p>Indirect meten alleen in zeer concrete gevallen:</p> <p>Hoe bepaal je het gewicht van de kat, die maar niet stil wil blijven zitten op de weegschaal?</p> <p>Weten en gebruiken dat het in stukken verdelen van het te meten object de totale uitkomst niet verandert.</p>	<p>Voor het meten van oppervlakte en inhoud figuren kunnen omstructureren naar vormen waar eenvoudig de oppervlakte dan wel inhoud van kan worden bepaald.</p> <p>Het verband kunnen leggen tussen formules om bij voorbeeld bij verschillende vormen de oppervlakte te bepalen.</p>	<p>Modelmatige benadering wordt ingebracht bij het meten, bijvoorbeeld bij het bepalen van oppervlakte en inhoud.</p> <p>De oppervlakte van een rechthoek wordt berekend door middel van lengte keer breedte, andere vormen worden daartoe herleid.</p> <p>Formules voor de oppervlakte van ander meetkundige figuren worden afgeleid uit die voor de rechthoek.</p>
	Grootheden en eenheden	<p>Dit sleutelbegrip is zeer verweven met het leergebied Mens en Natuur.</p> <p>Leerlingen hebben een repertoire van eigen referentiematen, dat een begripsmatige basis biedt voor het repertoire van grootheden en eenheden waar de leerlingen mee moeten kunnen werken. Denk daarbij aan:</p> <p>Een pak melk is 1 liter; een deur is 2m hoog; een voetbalveld is 100m lang; een voetbalveld is een hectare groot.</p>		

sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
	<p>Basisbegrip van grootheden en eenheden:</p> <ul style="list-style-type: none"> – lengte is het aantal benodigde stappen; – oppervlakte is het aantal vierkantjes dat op een vlakke figuur past; – inhoud is het aantal blokjes waarmee je een object vult. <p>Op concreet niveau werken met de relatie tussen m, m² en m³. Werken met samengestelde grootheden alleen als een directe verbinding met de denkwereld van de leerling mogelijk is, bij voorbeeld snelheid in km/uur.</p>	<p>In situaties waarin samengestelde grootheden een rol spelen zoals snelheid, dichtheid, gemiddelde snelheid, problemen kunnen oplossen.</p>	<p>Formele behandeling van eenheden en grootheden. Deze zal vooral plaatsvinden binnen het leergebied Mens en Natuur.</p>
Metriek stelsel	<p>Het gaat om het begrijpen en gebruiken van het in onze cultuur gebruikte systeem van maten en gewichten. Dit begrijpen en gebruiken staat in directe relatie met begrip van kommagetallen het decimale getalstelsel.</p> <p>De leerlingen kunnen werken met een beperkt repertoire aan eenheden die regelmatig voorkomen en hun onderlinge samenhang worden gekend. Bij voorbeeld 1 m = 100 cm en 1 km = 1000 m. 1000 l = 1 m³.</p>	<p>De leerlingen kunnen werken met het volledige systeem van maten en gewichten van milli tot kilo. Zij kunnen met stappen van 10 door het metriek stelsel gaan. Het onderbouwen hiervan kan steeds op basis van de situatie en de betreffende maten. Zij kunnen beredeneren, bijvoorbeeld aan de hand van een tekening dat bij de daarvoor in aanmerkingkomende oppervlakte en inhoud de stappen steeds 10² en 10³ zullen zijn.</p>	<p>Op basis van inzicht beheersen de leerlingen het volledige systeem van maten en gewichten, ook op formeel niveau: Achter iedere stap in de rij kilo, hecto,, centi, milli, gaat een factor 10 schuil. De achterliggende factoren 10² resp. 10³ bij de daarvoor in aanmerking komende oppervlakte resp. inhoudsmaten worden hieruit afgeleid. Zij begrijpen waarom bij grootheden vanuit liters een factor 10 en bij grootheden vanuit m³ een factor 10³ als stapgrootte wordt gebruikt.</p>

	sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
Doorkijkje		Oude maten Deze opdracht is apart aangehangen.		
		Meten en constateren dat de verschillende maten een vaste verhouding hebben, maar ook dat in het oude systeem gemakkelijk verwarring kon ontstaan.	Werken met verhoudingstabellen bij het rekenen met maten is hier een belangrijk doel. En de constatering dat het metrieke stelsel een oplossing bood voor de grote diversiteit aan maten en de daarmee samenhangende problemen bij handel over grote gebieden.	Toegevoegd aan de opdracht zelf kan een onderzoekje volgen over de redenen waarom het metrieke stelsel is ingevoerd. Bron: http://webdoc.uhn.kun.nl/mono/maenen_j/invovahem.pdf Dit proefschrift beschrijft de invoering van het metrieke stelsel in Nederland tussen 1793 en 1880.

Oude maten

Om eigenschappen te kunnen beschrijven kunnen we gebruik maken van meten, bijvoorbeeld het gewicht. De mens probeert zolang ons bekend is al om van alles te meten, lengtes, oppervlakken, inhoud en gewichten.

Iedere landstreek had zijn eigen maten. Die maten waren meestal aangepast aan de mogelijkheden om te meten. Zo was ooit een veelgebruikte lengtemaat 'uren gaans'. En als je slecht ter been was dan wist je wel dat 10 uren gaans voor jou misschien wel 15, 20 of misschien wel 30 uur lopen of strompelen kon zijn.

Veel maten waren afgeleid van het menselijk lichaam. En ook daarin had iedere landstreek zijn eigen maten



Fransen voet



Amsterdamse voet



Rijnlandse voet



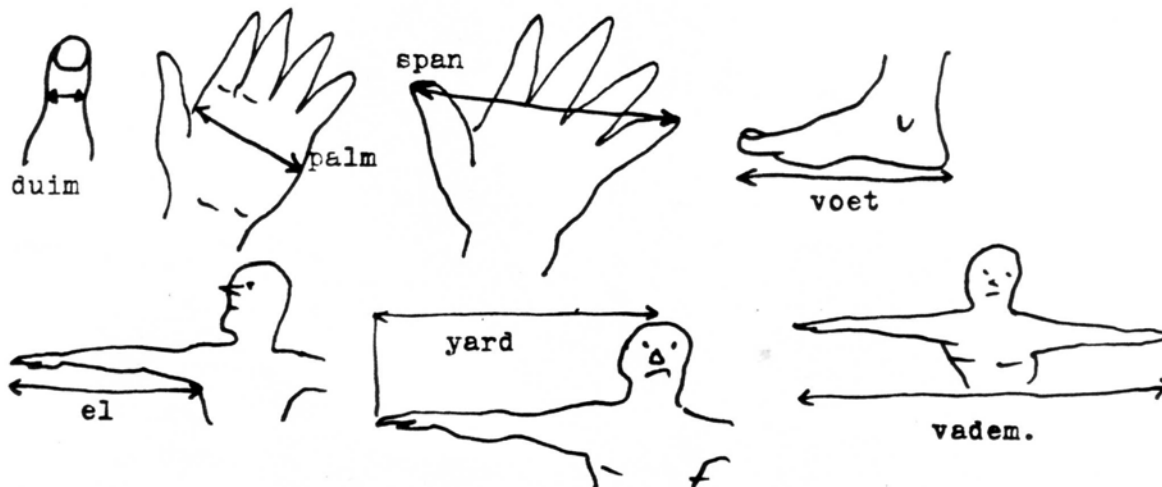
Engelse voet

Opdracht 1 Voetmaat

Hoe lang is je eigen voet? En die van een medeleerling, en die van een van de tutoeren?

Nu zijn deze maten verdwenen en worden de kilometer, de meter, de centimeter enzovoorts gebruikt.

Je gaat een aantal van die oude lengtematen wat nauwkeuriger bekijken.



Je gaat met z'n drieën de volgende tabel invullen. Ieder lid van het drietal heeft daarbij een eigen rol of taak.

Leerling 1 wordt gemeten

Leerling 2 meet

Leerling 3 noteert.

Oude maat	in cm	onderlinge relatie	in cm bij leerling 1	onderlinge relatie bij leerling 1
Duim	± 2,5 cm	= 1/4 palm		
Palm	± 10 cm	= 4 duim		
Span	± 20 cm	= 8 duim = 2 palm		
Voet	± 30 cm	= 12 duim = 3 palm		
El	± 70 cm	-----		
Yard	± 90 cm	= 3 voet		
Vadem	± 180 cm	= 6 voet = 2 yard		

Opdracht 2: Relaties

Geef aan in hoeverre de onderlinge relatie bij de leerling overeenkomt met die tussen de oude maten.

Waar zie je afwijkingen?

Zie je die terug in de bouw van de leerling?

Omrekenen

Als je de verhouding tussen twee maten weet kun je daarna vrij eenvoudig de ene maat in de andere omzetten:

Opdracht 3: Tabellen

Vul deze tabellen verder in:

Duim	-gedeeld door 4-><-keer 4-	Palm		Duim	-gedeeld door 5-><-keer 5-	Span
4		1		5		1
6				8		
12				15		
20				42		
95				95		
		28				45
		3,5				22

Maak ook zo'n tabel voor: De Voet en de Yard en voor de Voet en de Vadem.

Voor oppervlakte, inhoud en gewicht bestonden vroeger ook allerlei verschillende maten. Als je zei: 100 roede land, 50 mud kolen of 40 pond vlees, wist iedereen meteen wat je bedoelde. Alleen kon het per plaats verschillen hoeveel je dan precies kreeg. In Engeland heeft men pas eind van de vorige eeuw heel veel van deze oude maten afgeschaft.

Opdracht 4: Oude en nieuwe maten

Zoek voor ieder van oppervlakte, inhoud, gewicht, vier verschillende oude maten.

Geef aan hoe je ze naar elkaar om kunt rekenen. Geef ook aan hoe je ze naar moderne maten voor oppervlakte, inhoud, dan wel gewicht om kunt rekenen.

Napoleon is degene geweest die heeft bepaald dat in alle landen die hij regeerde de oude maten moesten worden afgeschaft. Hij heeft het metriek stelsel met kilometer, meter, centimeter, enzovoort, ingevoerd.

Napoleon is degene geweest die heeft bepaald dat in alle landen die hij regeerde de oude maten moesten worden afgeschaft. Hij heeft het metriek stelsel met kilometer, meter, centimeter, enzovoort, ingevoerd.

Opdracht 5: Napoleon's argumenten

Geef minstens twee redenen die Napoleon kan hebben gehad toen hij in zijn hele rijk deze nieuwe maten invoerde.

25 Verbanden visualiseren en formaliseren

	Omschrijving:	Toelichting:
Kerdoel	De leerling leert informele notaties, schematische voorstellingen, tabellen, grafieken en formules te gebruiken om greep te krijgen op verbanden tussen grootheden en variabelen.	<p>Bij dit kerndoel gaat het erom dat leerlingen:</p> <ul style="list-style-type: none"> - leren problemen op te lossen binnen realistische situaties waarbij verbanden tussen variabelen een rol spelen. Voor havo/vwo en in mindere mate voor vmbo-kgt kan de achterliggende situatie ook een wiskundige situatie zijn. Ook die wiskundige situatie moet voor de leerling voorstelbaar en daarmee realistisch zijn; - leren representaties van verbanden te interpreteren, te bewerken en weer te geven in andere representaties op een manier die bijdraagt tot verder inzicht in de achterliggende situatie en tot oplossing van problemen daarbinnen; - leren te werken met een breed repertoire aan verbanden.

	sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
Inhoud	Patronen en regelmaat	Leerlingen kunnen patronen, regelmaten en verbanden weergeven met behulp van getalsrelaties. Deze patronen, regelmaten en verbanden komen vanuit rekenen/wiskunde, zoals getalreeksen, meetkundige patronen of data afkomstig uit realistische situaties. Zij kunnen dergelijke patronen ook zelf ontwerpen.		
		Beschrijven hoe een patroon verloopt met behulp van zelfgekozen schema's, tabel, eventueel met grafiek of woordformule.	Zie vmbo - bb met toenemende complexiteit.	Zie vmbo - bb/kgt met toenemende complexiteit en abstractie. Beschrijven hoe een patroon verloopt met behulp van formules. Ervaren dat sommige regelmaten moeilijk in een formule zijn te vangen.
	Repertoire	In principe kan ieder verband tussen twee of meer variabelen aan de orde worden gesteld. Met betrekking tot realistische situaties kan dat in beginsel ieder verband zijn dat een leerling kan waarnemen, bij voorbeeld temperatuurverloop in de tijd. Met betrekking tot rekenkundige verbanden kan dat ieder verband zijn waarbij de rekenkundige bewerkingen binnen het repertoire of bereik van de leerlingen ligt.		
		Specifieke aandacht voor: werken met verhoudingssituaties en eenvoudige lineaire verbanden.	Specifieke aandacht voor: werken met en eigenschappen van lineaire verbanden. Kennismaking met andere verbanden als machts-, omgekeerd evenredige-, wortelverbanden.	Specifiek aandacht voor: werken met en eigenschappen van lineaire verbanden. Kennismaking met en verkenning van eigenschappen van andere verbanden als machts-, omgekeerd evenredige-, exponentiele-, wortelverbanden.

sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
Representaties	<p>Waar het gaat om oplossen van problemen uit de realiteit staat het in beginsel de leerling vrij met behulp van welke representatie(s), formeel dan wel informeel, de leerling de opdracht uitvoert. Mits aan de eisen die aan de oplossing worden gesteld is voldaan.</p> <p>Tabel-, grafiek- en formulegebruik worden op een passend niveau beheerst. Aangezien dit standaard communicatiemiddelen zijn binnen en buiten het vak wiskunde.</p> <p>Gebruik van programma's voor het werken met tabel, grafiek en formule kan het verbinden van de verschillende representaties met elkaar versterken. Daarbij kan het gaan om specifieke software als VU-grafiek of spreadsheetprogramma's met grafische mogelijkheden.</p>	<p>De representaties voldoen aan formele eisen m.b.t. vormgeving en taalgebruik, de directe relatie met de achterliggende situatie is echter op ieder moment voor de leerling te reconstrueren.</p> <p>Probleemstellingen zijn altijd terug te plaatsen in een realistische situatie.</p>	<p>De leerlingen kunnen op begripsmatig niveau tabel, grafiek en formule gebruiken zonder daarbij direct een beroep te hoeven doen op een achterliggende situatie.</p> <p>Probleemstellingen worden ook ingegeven vanuit wiskundige vraagstellingen.</p> <p>N.B. Dit is een beoogd niveau. Ook voor veel hv-leerlingen zal gelden dat zij regelmatig de verbinding met een situatie dan wel een model nodig zullen hebben om begrip vast te houden.</p>
Vergelijkingen	<p>Achter het oplossen van vergelijkingen zijn twee probleemstellingen te onderscheiden:</p> <ul style="list-style-type: none"> - als de uitgangswaarde / output / de y bekend is, welke ingangswaarde / input / x hoort daar dan bij? (Heen en weer rekenen); - bij welke ingangswaarde / input / x hebben twee verbanden dezelfde uitgangswaarde / output / y? (Vergelijken van verbanden). <p>Bij het beantwoorden van deze vragen kunnen leerlingen informele notaties, schematische voorstellingen, tabellen, grafieken en formules gebruiken, aangepast aan de eisen die aan de oplossing en het oplossingsniveau worden gesteld.</p> <p>Leerlingen kunnen softwareprogramma's als VU-grafiek en Excel gebruiken bij het oplossen van problemen, al dan niet met voorgescreende softwarewerkbladen.</p>		

sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
	<p>Leerlingen kunnen heen en weer rekenen in situaties. Is heen plus/keer dan is terug min/deel en omgekeerd. Uit de situaties zal dit meestal intuïtief al duidelijk zijn.</p> <p>Stapelning van bewerkingen komen alleen voor als de rekenstructuur binnen de situatie heel duidelijk is.</p> <p>Leerlingen kunnen heen en terug in tabel en grafiek de gewenste waarden terugvinden en schatten. Waar van toepassing, kunnen zij hun uitkomst controleren met bijbehorend rekenvoorschrift.</p> <p>Leerlingen kunnen verbanden vergelijken aan de hand van grafiek en tabel.</p>	<p>Leerlingen kunnen in situaties rekenvoorschriften omzetten in een bijpassend terugrekenvoorschrift.</p> <p>Bij het vergelijken van verbanden maken zij kennis met oplossingsmethoden als inklemmen en 'vereenvoudigen van de rekenvoorschriften'.</p>	<p>Heen en weer rekenen en vergelijken van verbanden wordt tot op formeel niveau beheerst.</p> <p>Het formele niveau wortelt in het werken met situaties, getalpuzzels en modellen die de algoritmiek illustreren.</p> <p>De leerlingen zijn in staat om bij formele oplossingsstrategieën een model aan te geven (dit is een weegschaalopdracht).</p>
Formulevaardigheden	<p>Activiteiten bij patronen en regelmaat vormen de basis voor de activiteiten bij formulevaardigheden.</p> <p>Structuur van formules</p> <p>Formules kunnen op verschillende niveaus een rol vervullen.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. De formule als een rekenvoorschrift. In veel toepassingssituaties geef je met behulp van een formule aan hoe je met behulp van een of meer (invoer)variabelen een andere (uitvoer)variabele uitrekent. 2. De formule als beschrijver van een verband. Aan de formule, in het bijzonder het rekenkundig verband daarbinnen, kun je zien op welke wijze de ene variabele zal veranderen als je de andere variabele verandert. 3. De formule als op zichzelf staand object. Een formule is een object dat je volgens bepaalde spelregels kunt aanpassen. Deze spelregels komen overeen met analoge spelregels die gelden bij het rekenen. (Bij voorbeeld uit $8 + 6 = 14$ kun je concluderen dat $8 = 14 - 6$ en omgekeerd. Daar ligt de basis voor de algebraïsche omzetting 'als $a + b = c$ dan geldt $a = c - b$ en omgekeerd'). <p>Vanuit deze verschillende rollen is aan te geven hoe op de verschillende niveaus formulevaardigheden tot uiting komen.</p> <p>De samenhang met rekenvaardigheden en vooral de vraag hoe reken je iets uit is in hoge mate aanwezig. Worden binnen het rekenen analoge handelingen niet begrepen is begripvorming op formule niveau eigenlijk niet mogelijk.</p>		

	sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
		De formule komt vooral voor als rekenvoorschrift (rol 1) in contexten. Alle variabelen in het rekenvoorschrift zijn bekend op één na; invullen en de laatste uitrekenen. (In formele termen: waarden van variabelen substitueren, een taalgebruik dat de leerling niet tegen zal komen). Het beschrijven van het verloop van een verband (rol 2) zal vooral aan de hand van andere representaties, in het bijzonder grafieken, gebeuren (hoe meer van dit, hoe meer/minder van dat).	De formule als rekenvoorschrift (rol 2) wordt gebruikt bij het hele repertoire aan bewerkingen dat de leerling op dat moment ter beschikking heeft. Formeel taalgebruik wordt daarbij niet vermeden. Bij de formule als beschrijver van een verband (rol 2) wordt gekeken naar de opbouw van de formule. Je kunt aan de gebruikte berekeningen en parameters zien hoe de ene variabele ten opzichte van de andere zal variëren.	Naast de hiernaast genoemde vaardigheden komt de formule als op zichzelf staand object (rol 3) in beeld. Het toepassen van de spelregels uit het rekenen bij formules is een belangrijke basis voor het leren hanteren van formules als formele objecten. Realistische situaties en modellen bijvoorbeeld uit de meetkunde vormen ondersteunende modellen bij het opbouwen van routines. Het verloop van een verband (rol 2) wordt gekoppeld aan de eigenschappen van formules.
		Wat doen de leerlingen?	Wat doen de leerlingen?	Wat doen de leerlingen?
Activiteiten	Patronen en Regelmaat	Bij puzzelactiviteiten met rijen en reeksen niet alleen de reeks afmaken, maar ook op een of andere manier de regelmaat verwoorden.	Complexer, meer in context verborgen,	
	Repertoire	De oppervlakte van een vierkant uit rekenen als de zijde gegeven is met behulp van <i>oppervlakte = zijde x zijde</i> en omgekeerd. Verzamelen rekenregels in hun omgeving. Aan de hand van enkele voorbeeld vuistregels.		De oppervlakte van een vierkant uit kan rekenen als de zijde gegeven is met behulp van <i>oppervlakte = zijde x zijde</i> en omgekeerd. Bij de omgekeerde bewerking constateren dat de bijbehorende vergelijking een negatieve oplossing heeft. En ook dat die geen betekenis heeft in de situatie.
	Representaties			
	Vergelijkingen		Het aantal stappen dat nodig is om het verschil in vastrecht te overbruggen bepalen.	
	Formulevaardigheden			

Activiteiten		Wat doet de docent?	Wat doet de docent?	Wat doet de docent?
	Introductie activiteiten	Rekenproblemen in situaties aanbieden die aanleiding geven om na te denken over hoe je moet rekenen.	Voorbeelden van regelmatige meetkundige patronen presenteren en samen met de leerlingen de rekenregels ontdekken.	Getalpuzzels aanbieden, bijvoorbeeld een laddercompetitie met getalpuzzels.
	Reflectieve activiteiten	Hoe heb je gerekend? Waar rekende je nog meer op die manier?	Bespreken met de leerlingen welke gedachtestappen ze maken bij het ontcijferen dan wel zelf maken van een patroon.	Vragen bespreken als: hoe handel je bij het maken van berekeningen; hoe schrijf je het op? Soms even 'over de stof heen' gaan. Bijvoorbeeld: Fibonacci bespreken $F(n+1) = F(n) + F(n-1)$ Wat betekent dit? Hier kan de term <i>recursief</i> t.o.v. <i>direct</i> worden genoemd. Ook dat het heel lastig is om een formule te maken van de vorm: $F(n) = \text{'Expressie in n'}$.
	Activiteiten tijdens het 'werken aan'	Puzzelactiviteiten met rijen en reeksen kunnen regelmatig aan de orde worden gesteld. Bijvoorbeeld in combinatie met een probleemstelling uit het rekenen. Wie maakt de lastigste reeks?	Regelmatig voorbeeld gedrag laten zien: Hoe beschrijf je een situatie in een formule? Hoe bepaal je een snijpunt met behulp van formules? En vooral welke denkstappen u daarbij maakt.	Aangeven dat bij veel problemen het niet gaat om het antwoord te vinden, maar om een 'taal' bij het beschrijven van verbanden te leren beheersen. Voorbeeld gedrag bij het omzetten van formules; oplossen van vergelijkingen; daarbij hardop denken. Getalvoorbeeld uitwerken in termen van: Wat doe ik steeds met die getallen en daarna analoog met variabelen.

	sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
Doorkijkje		<p>Verband tussen rekenregels, grafieken, tabellen en de achterliggende situatie, zie: http://www.slo.nl/themas/00019/006/00002/</p> <p>Gezond gewicht 1 t/m 4: Over redeneren, vuistregels, formules en grafieken. Geschikt voor eind tweede leerjaar (paragraaf 5 eventueel deels); Samenhang met verzorging, M&N. Zie ook kd 20.</p>	<p>Verband tussen woordformules, rekenregels, grafieken, tabellen en de achterliggende situatie, zie: http://www.slo.nl/themas/00019/006/00002/</p> <p>Gezond gewicht 1 t/m 5: Over redeneren, vuistregels, formules en grafieken. Geschikt voor tweede leerjaar (paragraaf 6 eventueel). Samenhang met verzorging, M&N. Zie ook kd 20.</p>	<p>Verband tussen formules, rekenregels, grafieken, tabellen en de achterliggende situatie, zie: http://www.slo.nl/themas/00019/006/00002/</p> <p>Gezond gewicht: Over redeneren, vuistregels, formules en grafieken. Geschikt rond introductie van formules en verbanden. Samenhang met verzorging, M&N. Zie ook kd 20.</p>
		<p>Voorbeelden van vuistregels: In het voorbeeld hierboven staan enkele vuistregels voor een gezond gewicht. Eén kubieke meter is 13 kruiwagens; Zestien min de helft van je leeftijd is het aantal uren slaap per etmaal (tot je zestiende) Discussie is hier mogelijk over de geldigheid van vuistregels (hoeveel slaap heeft iemand van 45 jaar nodig?)</p>	<p>Vuistregels (zie ook vmbo-bb) vertaling in formules kan wat meer accent krijgen. Het SLO-ontwerp 'Regelrecht' (eventueel aan te vragen bij SLO, secretariaat wiskunde) uit 1987 geeft een aantal voorbeelden van meetkundige patronen die zich rekenkundig ontwikkelen. Bijvoorbeeld: Leg een rij rode tegels (eerst 4 dan 7, dan 10). Leg daaromheen een rij witte tegels. Hoe ontwikkelt zich het verband tussen 'rood' en 'wit'?</p>	<p>Zie: http://www.slo.nl/themas/00019/006/00001/00001/Hoogbeg_II_en_wiskunde_in_de_bavo.pdf/ voorbeelden 3 en 12 uit de creativiteitsmeter in Hoogbegaafde leerlingen en wiskunde in de basisvorming Zie ook Wageningse methode deel 3 formules.</p>

26 Werken met en redeneren over vormen

	Omschrijving:	Toelichting:
KERNDOEL	De leerling leert te werken met platte en ruimtelijke vormen en structuren, leert daarvan afbeeldingen te maken en deze te interpreteren en leert met hun eigenschappen en afmetingen te rekenen en redeneren.	Bij dit kerndoel gaat het erom dat leerlingen: <ul style="list-style-type: none"> - voorstellingen van platte en ruimtelijke objecten maken en interpreteren; - plaats van objecten binnen een (coördinaten)systeem en ten opzicht van elkaar beschrijven; - eigenschappen van vormen en figuren herkennen, beschrijven en gebruiken; - berekeningen maken binnen ruimtelijke situaties en aan meetkundige figuren.

	sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
INHOUD	Voorstellingen van objecten	De leerlingen leren een ruimtelijke voorstelling te maken bij een vlakke afbeelding en omgekeerd ruimtelijke objecten en situaties weer te geven in vlakke afbeeldingen. Daarbij gaat het om aanzichten en doorsneden van ruimtelijke objecten en weergave van situaties in kaarten en plattegronden. De leerlingen kunnen een kaart zien als een schematisch bovenaanzicht op schaal van een stukje van de wereld, zoals die is, was, of misschien zal worden. Het mogelijke verband met M&M aardrijkskunde en geschiedenis zal duidelijk zijn.		
		Van meer aandacht voor construeren	naar meer	aandacht voor redeneren
	Plaatsbepalen	Waar ben je, waar bevindt zich een object, ten opzichte van jou of ten opzichte van een ander object. Route bepalen. Dat vastleggen, zodat een ander het ook begrijpt. Begrijpen en gebruiken van de manier van vastleggen van een ander. Eisen aan een codering.		
	Coderingen en assenstelsels gebruiken. Routebeschrijvingen gebruiken en zelf kunnen maken.	Onderscheid tussen platte vlak (twee coördinaten) en ruimtelijke situaties (drie coördinaten) begrijpen en gebruiken.	Van de ervaringswereld van platte vlak en ruimte naar de abstracte ruimtes R2 en R3 en terug. Redeneren binnen R2 en R3.	
	Eigenschappen van meetkundige figuren	Vormeigenschappen van figuren en het behoud daarvan bij bewerkingen (oppervlakte en inhoud bij verknippen samenvoegen van objecten, verhoudingen/hoeken bij vergroten/verkleinen). Kenmerken van hoeken en lengtes binnen figuren.		

sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
	Eigenschappen kennen en gebruiken, elementair redeneren (3-4-5 steek gebruiken 'is hetzelfde' als 60-80-100 cm afpassen)	Logica achter de eigenschappen begrijpen en gebruiken. Eenvoudige bewijsstappen begrijpen en (een enkele keer) zelf maken: Als de som van de hoeken van een driehoek 180° is, dan moet de som van de hoeken van een vierhoek wel 360° zijn.	Samenhang tussen de eigenschappen van een en hetzelfde en van verschillende figuren begrijpen en gebruiken. (Zijn alle zijden van een vierhoek even lang, dan snijden de diagonalen elkaar loodrecht middendoor). Zelf eenvoudige bewijsstappen maken.
Rekenen in de meetkunde	Lengte, oppervlakte en inhoudsberekeningen. Dit in relatie met de eigenschappen van de achterliggende meetkundige figuren. Rekenen met hoeken gebruik makend van eigenschappen als evenwijdig, loodrecht, symmetrie. Repertoire aan formules voor lengte, oppervlakte, inhoud.		
	Eenvoudige formules toepassen; $\pi=3,14$ Bij hoeken vooral directe metingen.	Stelling van Pythagoras $\pi =$ (te kiezen nauwkeurigheid) Uitbreiding toepasbare formules Indirect meten van hoeken m.b.v. eigenschappen.	Complexe formules toepassen ($I_{cilinder} = \frac{1}{4} d^2 h$) Eigenschappen bij hoeken (F, Z, etcetera) gebruiken bij het bepalen van de grootte van hoeken.

sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
	<p>De 17^e-eeuwse Nederlandse landmeter in de klas. Het bijbehorend lesmateriaal is te downloaden van http://members.home.nl/gulikgulikers/WiskundePagina.htm Kies voor: De 17^e-eeuwse Nederlandse landmeter in de klas; Lesmateriaal; De stok.</p> <p>Dit materiaal is een prachtig voorbeeld van hoe aan de hand van een minder gebruikelijke invalshoek, de geschiedenis van de wiskunde, de leerlingen kennis kunnen nemen van meetkundige begrippen en daar verder vaardig in worden.</p> <p>Samenhang binnen wiskunde Het materiaal illustreert ook een aantal mogelijkheden om aandacht te besteden aan de inhouden van kerndoel 19. Om die reden is het daar ook als voorbeeld opgenomen.</p> <p>Het verband tussen voeten en centimeters komt ook aan de orde in het voorbeeld 'Oude maten' bij kerndoel 24. Hiermee is het verband met verhoudingsrekenen aangegeven.</p>		

sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
	<p>De opdracht is geschreven voor havo/vwo leerlingen. Een praktische variant is zeer geschikt voor vmbo-bb leerlingen.</p> <p>De docent speelt de heer Morgenstern en de leerlingen zijn leerling landmeter. Een korte introductie van het probleem wordt gegeven aan de hand van de tekening.</p> <p>De leerlingen moeten met behulp van een meetlint, een stok, en een spiegeltje de hoogte van een gebouw, boom of lantaarnpaal bepalen en een verslag maken.</p> <p>Bespreek nu met de klas hoe zij met deze gegevens de hoogte van het gebouw, de boom, de lantaarnpaal kunnen bepalen.</p> <p>Zij kiezen in groepen van 2 zelf een gebouw of een ander object vlak bij de school voeren de metingen uit en maken de berekeningen. In een verslag geven zij weer hoe zij hebben gemeten en gerekend.</p> <p>Samenhang In de les Nederlands kan het vereiste verslag worden gemaakt.</p>	<p>Met enige aanpassing is deze opdracht ook goed uit te voeren door vmbo kgt leerlingen.</p> <p>De vertaalopdracht worden uitgevoerd in de Nederlandse les. Het begrip gelijkvormigheid kan intuïtief worden besproken; vergroten of verkleinen zonder te vervormen.</p> <p>Opdracht f maakt gebruik van het formele begrip overeenkomstige zijden. In een klassengesprek kan met verwijzing naar het verhoudingsrekenen worden besproken welke waarden waar in de tabel moeten komen.</p> <p>De mogelijke samenhang met het vak Nederlands is hierboven beschreven.</p>	<p>Om de verbinding met de huidige schoolwiskunde duidelijk te maken heeft de auteur op de site een introductie geplaatst waarin het begrip gelijkvormigheid is opgenomen. Natuurlijk staat het de docent vrij om de introductie ook anders te gebruiken. Denkbaar is dat deze gaandeweg de opdrachten als tussentijdse wiskundige reflectie wordt gebruikt of zelfs helemaal aan het eind.</p> <p>Samenhang Bij het gebruik van het bovengenoemde materiaal in de klas is een aantal malen vooraf in de Nederlandse les het Oudnederlands vertaald.</p> <p>In die situatie was ruimte en aandacht voor de stappen en de tijd die de leerlingen nodig hebben voor een goede en welbegrepen vertaling.</p> <p>Naar de mening van de auteur had dit eventueel ook in de geschiedenisles of de wiskundeles zelf plaats kunnen vinden. Het risico bestaat echter dat de betreffende vakdocent dan de leerlingen te snel door het vertaalproces wil loodsen.</p>

27 Ordenen van gegevens

	Omschrijving:	Toelichting:
Kerdoel	De leerling leert gegevens systematisch te beschrijven, ordenen en visualiseren en leert gegevens, representaties en conclusies kritisch te beoordelen.	Bij dit kerndoel gaat het erom dat leerlingen: Grip krijgen op (grote hoeveelheden) getalsmatige informatie, deze verzamelen, ordenen, samenvatten en weergeven in geschikte representaties. Representaties van data beoordelen op correctheid, informatiewaarde en relevantie. Conclusies formuleren met betrekking tot verzamelde data en hun representaties en eigen conclusies en die van anderen op waarde schatten.

	sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
Inhoud	Dataverzameling en representatie	<p>De leerlingen hebben een repertoire aan representaties tot hun beschikking. Bekende vormen zijn: Turftabel, beelddiagram, staafdiagram, lijndiagram, steel- bladdiagram, cirkeldiagram. Deze representaties en hun kenmerken komen in het algemeen uitstekend in de methoden aan de orde.</p> <p>Aan dataverzameling wordt relatief weinig aandacht besteed in de reguliere methoden. Echter in andere vakken of leergebieden kan dat wel aan de orde zijn.</p> <p>De programmering van het betreffende hoofdstuk, traditioneel in de tweede klas, kan worden aangepast, voorafgaand of gelijktijdig aan het moment dat in een ander vak om wat voor reden dan ook dataverzameling en verwerking onderdeel van een opdracht vormt. Naast de 'standaardinhoud' kan in de wiskundeles dan aandacht besteed worden aan het verzamelen van deze data, de wijze van representeren en het trekken van mogelijke conclusies.</p> <p>Niveaus in het verwerken van informatie.</p> <p>Eenvoudige afleesvragen</p> <ul style="list-style-type: none"> Gegevens met elkaar combineren <ul style="list-style-type: none"> Bij een gegeven representatie een andere maken Uitspraken onderbouwen of verwerpen Eigen kennis van de wereld confronteren met gegeven data <p>Deze niveaus komen op alle onderwijsniveaus aan de orde, de mate waarin en de diepgang zal echter verschillen.</p>		

sleutelbegrip	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
	<p>Een uitspraak onderbouwen kan gebeuren door op de juiste plaats informatie af te lezen.</p> <p>Een tabel omzetten in een grafiek.</p> <p>Komt mijn dagbesteding overeen met de gegevens van leeftijdgenoten in een tabel.</p>		<p>Datarepresentatie omzetten naar een representatie in procenten.</p>
Conclusies trekken	<p>Je kunt stellen dat het verzamelen en representeren van data eigenlijk een tamelijk zinloze bezigheid is, als je er geen conclusies uit zou willen trekken. Conclusies trekken ligt daarmee in het directe verlegde van het verzamelen en representeren van data en het verzamelen en representeren zal ook worden gestuurd door de vragen die je beantwoord wilt zien.</p> <p>Een vraag die aan de orde kan komen is: Welke centrummaat, gemiddelde, mediaan, modus, geeft het beste antwoord op welke vraag je beantwoord wilt zien?</p> <p>Ook op een ander niveau zijn conclusies mogelijk met betrekking tot informatieverwerking: In hoeverre kan een datarepresentatie de lezer op het verkeerde been zetten?</p> <p>Misleidingen hoeven niet altijd welbewuste pogingen te zijn om de data anders te laten lijken dan die is. Zo kan als, bij voorbeeld, de data alleen waarden aanneemt tussen 20.000 en 22.000 er voor worden gekozen om langs de y-as een breuklijn (in de methoden zaagtand of kreukellijn genoemd) te gebruiken. De leerling moet zich dan wel realiseren dat stijgen en dalen in de grafiek dan relatief sterk worden weergegeven.</p>		
	<p>Gegeven data, bijvoorbeeld van de school vergelijken met de eigen klas. Zijn wij een gewone klas met betrekking tot verdeling jongens-meisjes, te laat komen, etcetera.</p>	<p>Gegeven data, bijvoorbeeld een landelijk gemiddelde, vergelijken met een zelfgekozen groep.</p>	<p>Gegeven data, bijvoorbeeld een landelijk gemiddelde, vergelijken met een andere groep.</p> <p>Deze data normeren met percentages. Daar zelf representaties bij kiezen en conclusies bij trekken.</p>

	vmbo - bb	vmbo – kb/gl/tl	havo/vwo
Doorkijkje	Onderzoek	<p>Stichting Voedingscentrum Nederland De Gezonde Schoolkantine. Downloadbaar van: www.voedingscentrum.nl --> brochures en uitgaven --> onderwijs --> De Gezonde Schoolkantine --> Lespakket In dit lespakket is een opdracht opgenomen over het houden van een enquête bij medescholieren over hun wensen met betrekking tot de kantine. Werkblad 3 opdracht 4 (blz. 37). Deze opdracht leent zich voor samenwerking wiskunde en verzorging dan wel M&N.</p>	
	Centrummaten	<p>Met de klas enkele vragen opstellen over wat je wilt weten over de kantine. Een antwoordvorm kiezen die verwerkbaar is. Per groep een vraag uit laten werken.</p>	<p>Zie havo/vwo, eventueel iets meer begeleid.</p>
	<p>Leerlingen verzamelen artikelen in de krant waarin gebruik wordt gemaakt van centrummaten.</p> <p>Bespreking in de klas op: Duidelijkheid en terechtheid waarom hier gebruik wordt gemaakt van een centrummaat: 'Snap je wat ze met het gebruik van het gemiddelde willen zeggen of hadden ze het ook net zo goed weg kunnen laten?'</p>	<p>Een boekje dat niet mag ontbreken in de bibliotheek is 'Gebruik en misbruik van de statistiek' (oorspronkelijke titel: 'How to lie with statistics') van Darrell Huff.</p> <p>Opdracht aan leerlingen: Lees hoofdstuk 2 'Het goed gekozen gemiddelde' uit dit boek.</p> <p>Verzamel uit kranten of tijdschriften artikelen waarin gebruik wordt gemaakt van (een van de) centrummaten.</p> <p>Maak met de klas een 'waslijn' waaraan de artikelen worden gehangen. Criteria voor de volgorde: Van misleidend naar correct gebruik; onduidelijk waarom het wordt gebruikt naar duidelijk waarom het wordt gebruikt.</p>	<p>Een boekje dat niet mag ontbreken in de bibliotheek is 'Gebruik en misbruik van de statistiek' (oorspronkelijke titel: 'How to lie with statistics') van Darrell Huff.</p> <p>Opdracht aan leerlingen: Lees hoofdstuk 2 'Het goed gekozen gemiddelde' uit dit boek. Geef voor ieder van de centrummaten twee situaties waarbij gebruik van die centrummaat relevant is. Zo ja, voor welk doel. Zo nee, waarom niet.</p>