

REKENEN EN WISKUNDE

“In Nederland zijn leerlingen ten opzichte van leerlingen in andere landen niet sterk gemotiveerd voor zowel inhoud van als lessen in rekenen/wiskunde.”



Rekenen/wiskunde

De functie van rekenen/wiskunde als vak is vooral het leren van rekenen/wiskunde als een formeel systeem. De maatschappelijke functie van rekenen/wiskunde is het functioneel gebruiken van rekenen/wiskunde en het hanteren van kwantitatief getinte informatie in beroep en dagelijks leven. Beide functies dragen bij aan persoonlijke vorming van leerlingen. In dit hoofdstuk gaan we nader in op de hoofddoelen van het reken/wiskundeonderwijs en benoemen we verschijnselen die van invloed zijn op het (reken/wiskunde)onderwijs. Ook typeren we een aantal ontwikkelingen in het curriculum, zoals de gestage achteruitgang van reken-wiskundeprestaties van Nederlandse leerlingen in internationale onderzoeken, professionalisering van leraren en motivatie van leerlingen. Naar aanleiding van de beschreven verschijnselen en ontwikkelingen formuleren we mogelijke nieuwe doelen en gaan we nader in op beoogde vakinhouden die de afgelopen jaren meer naar voren zijn gekomen. Vervolgens benoemen we problemen en uitdagingen in de vormgeving van het reken/wiskundeonderwijs: de wijze van toetsing, het niveauverlagend effect van de referentieniveaus in po, differentiatie en het risico van vroegtijdige determinatie in po, de afhankelijkheid van lesmethoden en de overgangen tussen sectoren. Tot slot schetsen we nieuwe accenten voor de reken/wiskundecurricula en een aantal aandachtsgebieden voor (ontwikkel)activiteiten.

11. Rekenen/wiskunde

Marc van Zanten & Victor Schmidt

11.1 Positionering

Korte schets van rekenen/wiskunde in het onderwijs

Rekenen/wiskunde is een verzamelnaam voor een reeks van vakken in het primair, (voortgezet) speciaal en voortgezet onderwijs. In het primair en (voortgezet) speciaal onderwijs worden de namen rekenen/wiskunde en rekenen gebruikt. In het voortgezet onderwijs kennen we rekenen, wiskunde en wiskunde A, B, C en D. Deze vakken – met uitzondering van wiskunde D, dat als een soort aanvulling geldt op wiskunde B – worden als kernvakken van genoemde onderwijssectoren beschouwd. Dat laat onverlet dat leerlingen die examen afleggen in het profiel Cultuur & Maatschappij van havo geen examen in een wiskundevak hoeven af te leggen. Ongeveer een zesde deel van de havo-leerlingen maakt gebruik van deze mogelijkheid. Ook leerlingen in de economie- en de zorg & welzijnprofielen van het vmbo hoeven geen examen wiskunde af te leggen. Het gaat hier om ongeveer vijftien procent van alle vmbo-leerlingen. In het vwo ten slotte maakt tenminste één wiskundevak deel uit van het examen van alle leerlingen. Verder moeten alle leerlingen in het voortgezet onderwijs een rekentoets af leggen. In het primair onderwijs maakt rekenen/wiskunde deel uit van de eindtoets.

Rekenen/wiskunde is een oud schoolvak. Vanaf de inwerkingtreding van de eerste Nederlandse schoolwet aan het begin van de negentiende eeuw is het bovendien een verplicht onderdeel van het curriculum. Inhoud en didactiek van het vak werden en worden beïnvloed door veranderende inzichten in maatschappij, pedagogiek en onderwijspolitiek (Schmidt, Zanten & Tolboom, in voorb.). Een opmerkelijke constante zijn de soms in felle bewoordingen geuite meningsverschillen over de functie van rekenen/wiskunde in het voortgezet onderwijs en over inhoud en didactiek van het vak.

Functies van reken/wiskundeonderwijs

De hoofdfuncties van onderwijs in het algemeen kunnen worden beschreven met behulp van drie S'en:

- de S van *subject* (vak) duidt op verwerving van vakspecifieke kennis, inzicht en vaardigheid, onder andere ten behoeve van vervolgopleidingen;
- de S van *society* (samenleving) duidt op toerusting van leerlingen voor het functioneren in de maatschappij;

- de S van *student* (leerling) duidt op persoonlijke vorming.
- Voor rekenen/wiskunde kunnen deze drie S'en als volgt nader uitgewerkt worden.
- De functie van rekenen/wiskunde als vak is vooral gelegen in het leren van rekenen/wiskunde als een formeel systeem. Dat systeem bestaat uit:
 - wiskundige artefacten zoals getallen, maten, meetkundige figuren, verbanden en dataverzamelingen;
 - bewerkingen zoals rekenprocedures, oppervlakteberekeningen, omrekeningen van maten en nulpuntsbepaling bij verbanden;
 - eigenschappen zoals priemgetal zijn, lijnsymmetrie vertonen, de stelling van Pythagoras en kenmerken van speciale verbanden.

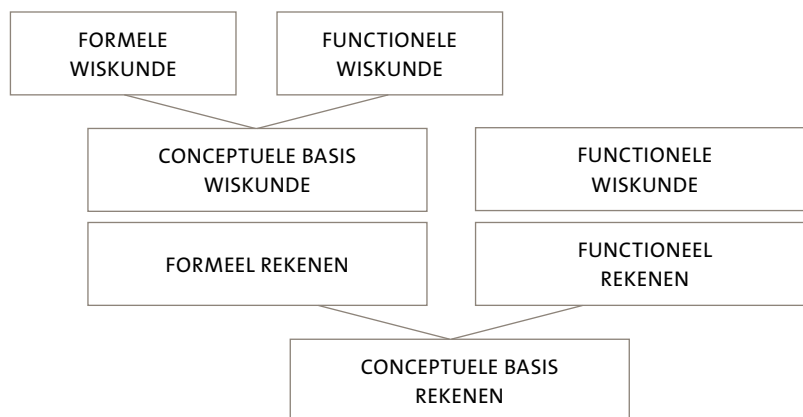
De belangrijkste kennisdimensies zijn conceptuele kennis ('inzicht') en procedurele kennis. De belangrijkste cognitieve processen zijn begrijpen en toepassen in een gecontroleerde situatie.

De maatschappelijke functie van rekenen/wiskunde is gelegen in het functioneel gebruiken van rekenen/wiskunde (toepassen) en in het hanteren van kwantitatief getinte informatie in beroep en dagelijks leven (gecijferdheid of *numeracy*). Ook hier is inzicht een belangrijke kennisdimensie, in dit geval om rekenwiskundige artefacten, bewerkingen en eigenschappen te kunnen gebruiken in uiteenlopende situaties. Daartoe is tevens procedurele kennis alsook een zekere mate van metacognitieve kennis noodzakelijk. Belangrijke cognitieve processen zijn begrijpen en toepassen, maar ook analyseren, evalueren en creëren.

Beide genoemde functies van rekenen/wiskunde dragen bij aan persoonlijke vorming van leerlingen. Inzicht in het formele systeem van rekenen/wiskunde draagt bij aan het abstract denkvermogen van leerlingen. Functioneel rekenen en functionele wiskunde kunnen er toe bijdragen dat een leerling problemen en structuren in een toepassingsdomein of in de samenleving beter kan duiden. Dit is van belang voor de toerusting van leerlingen voor het latere maatschappelijk functioneren als burger.

Meningsverschillen onder betrokkenen over de inhoud van het reken/wiskundeonderwijs kunnen worden geduid als een discussie tussen 'vak' en 'samenleving'. In het verleden was kennis van en inzicht in het formele systeem van rekenen/wiskunde een noodzakelijke voorwaarde voor functioneel rekenen en functionele wiskunde. Rekenen/wiskunde in po en vo was er op gericht leerlingen in te wijden in de formele kant van het vak en de toepassing van standaardprocedures in het bijzonder. Dat nam zoveel tijd in beslag dat voor functioneel rekenen/wiskunde slechts tijd voor enkele redactiesommen of toepassingsopgaven resteerde. Toen echter de zakrekenmachine en later andere ICT-middelen hun intrede deden, werd formeel kunnen rekenen en formele wiskunde kunnen

bedrijven in steeds mindere mate een noodzakelijke voorwaarde voor functioneel rekenen en wiskunde. Dat heeft de weg vrij gemaakt voor een meersporenmodel dat in figuur 1 wordt verbeeld. Verschillen van inzicht over de inhoud van het reken/wiskundeonderwijs richten zich momenteel vooral op de vraag in hoeverre álle leerlingen gebaat zijn bij de formele route of dat voor een deel van de leerlingen een (deels) functionele route meer geëigend en daardoor ook wenselijk is.



Figuur 1: Meersporenmodel voor formele en functionele rekenen/wiskunde

Formele metadoelen

De commissie Toekomst WiskundeOnderwijs noemt in haar visiedocument (cTWO, 2007) voor havo en vwo twee hoofdfuncties van het wiskundeonderwijs: verwerving van wiskundige kernconcepten en verwerving van wiskundige denkactiviteiten. Dit duidt op een accent op de S van *subject*. Voor het vmbo wordt functioneel gebruik van rekenen en wiskunde in het kader van maatschappelijk en beroepsmatig functioneren als hoofddoel beschouwd, zo blijkt uit de preambule en de uitwerking daarvan in de examenprogramma's. Hier is juist sprake van een accent op de S van *society*. In het referentiekader rekenen (Ministerie van OCW, 2009) worden twee sporen onderscheiden: een functioneel spoor dat leidt naar functioneel gebruik van rekenen/wiskunde en een formeel spoor dat voorbereidt op het bedrijven van wiskunde. Deze tweesporengedachte zien we ook terug in de vakkenstructuur in de tweede fase van havo en vwo. Het formele spoor wordt afgesloten met wiskunde B - naar keuze van de leerling aangevuld met wiskunde D, terwijl wiskunde A (en C) meer functioneel van karakter zijn.

Voor het funderend reken/wiskundeonderwijs worden wiskundige geletterdheid en gecijferdheid als hoofddoelen genoemd. In de kerndoelen po staat hierover de volgende passage “*Wiskundige geletterd(heid) en gecijferd(heid) betreft onder andere samenhangend inzicht in getallen, maatzicht en ruimtelijk inzicht, een repertoire van parate kennis, belangrijke referentiegetallen en -maten, karakteristieke voorbeelden en toepassingen en routine in rekenen, meten en meetkunde*” (Ministerie van OCW, 2006, p. 37). In de karakteristiek voor wiskunde in de onderbouw vo staat dat beoogd wordt dat leerlingen steeds meer wiskundig geletterd en gecijferd worden. Daaronder wordt verstaan “*dat leerlingen het vermogen ontwikkelen om in de verschillende situaties van hun huidig en toekomstig leven aan wiskunde gerelateerde informatie te herkennen, te interpreteren en te gebruiken*” (SLO, 2016, p. 9).

Volgens de *Kennisbasis rekenen-wiskunde voor de lerarenopleiding basisonderwijs* (Van Zanten, Barth, Faarts, Van Gool, & Keijzer, 2009) omvat gecijferdheid uiteenlopende zaken en vakinhouden, zoals:

- in het dagelijks leven kunnen schattend rekenen, hoofdrekenen, cijferen, het gebruiken van de rekenmachine en al naar gelang van de situatie, een keuze kunnen maken voor een van deze rekenvormen;
- het correct en adequaat kunnen gebruiken van wiskundetaal;
- het betekenis kunnen geven aan getallen, bewerkingen, maten en het metriek stelsel;
- redeneren en rekenen met kansen, grote (en zeer kleine) getallen, en beschikken over referentiematen en -getallen voor het doen van schattingen;
- kunnen ontmaskeren van pseudowetenschappelijk gemanipuleer met getalsmatige informatie en statistisch denken met gevoel voor realiteit.

Als we het bovenstaande nader beschouwen, dan kunnen gemeenschappelijke metadoelen geïdentificeerd worden. De term ‘metadoel’ is hier gekozen om onderscheid te maken met andere leerdoelen (kerndoelen, eindtermen, tussendoelen, ...) van een beoogd leerplan. Helaas kent de Nederlandse taal in tegenstelling tot het Engels weinig mogelijkheden onderscheid te maken tussen metadoelen en deze leerdoelen. In het Engels wordt dit onderscheid tot uitdrukking gebracht in het gebruik van de termen *aim* of *value* voor metadoel en (*learning*) *objective*, *learning outcome* of *attainment target* voor leerdoel. We onderscheid zeven metadoelen.

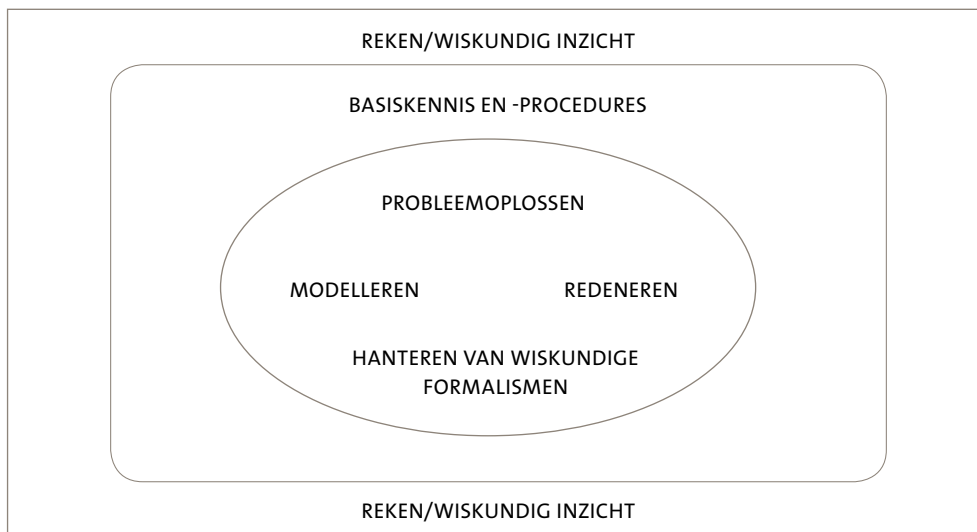
Het reken/wiskundeonderwijs in Nederland beoogt primair verwerving van vaardigheden om:

1. (wiskundige) problemen op te lossen;
2. wiskundige of rekenkundige modellen op te stellen en te gebruiken;
3. wiskundig te redeneren;
4. wiskundige formalismen te hanteren.

Een probleem is hierbij een vraagstuk waarvan de wijze van oplossen niet tot het routinerepertoire van een leerling behoort (of zou kunnen behoren). Een wiskundig of rekenkundig model is een representatie van een situatie in het dagelijks leven of in een toepassingsdomein met behulp van wiskundige of rekenkundige formalismen. Als een situatie daarentegen op een andere wijze gerepresenteerd wordt, bijvoorbeeld door middel van een schema of een figuur, wordt niet gesproken van een wiskundig of rekenkundig model, maar van een conceptueel model. ‘Wiskundige formalismen’ zijn vooral variabelen, expressies, formules en reken/wiskundige symbolen. Om dit alles mogelijk te maken is het noodzakelijk dat leerlingen:

5. basiskennis en -procedures beheersen;
6. correct communiceren in, met en over wiskunde;
7. gebruik kunnen maken van ICT-hulpmiddelen, de (grafische) zakrekenmachine in het bijzonder.

Ten slotte is een zeker niveau van reken/wiskundig inzicht noodzakelijk om elk van deze zeven metadoelen te (kunnen) beheersen. In figuur 2 wordt de gelaagdheid van de formele metadoelen en reken/wiskundig inzicht in beeld gebracht.



Figuur 2: Onderlinge gelaagdheid formele metadoelen rekenen/wiskunde

11.2 Verschijnselen, ontwikkelingen, metadoelen en vakinhouden

Verschijnselen

Uit bronnenonderzoek komt een aantal verschijnselen naar voren die van invloed zijn op het onderwijs in het algemeen en/of in rekenen en wiskunde in het bijzonder. Deze verschijnselen hebben de potentie om op termijn uit te groeien tot een ontwikkeling of trend. Het betreft de volgende:

- Meer en meer zijn en voelen mensen zich over de gehele wereld met elkaar verbonden en vormen lands- en culturele grenzen weinig belemmeringen meer voor uitwisseling van gedachten en ideeën en voor economische activiteiten.
- Om (gebruiksmogelijkheden van) ICT verder te ontwikkelen wordt een belangrijke rol toegedicht aan wiskunde en natuurwetenschappen. UNESCO (2012) stelt zelfs dat wiskunde en natuurwetenschappen bijdragen aan een betere wereld. Daar staat tegenover dat wiskunde als zodanig steeds minder zichtbaar is, omdat ze geïntegreerd is in apparaten. De zakrekenmachine op zijn beurt kent meer functionaliteiten dan ooit.
- Meer en meer worden ruwe data van overheids- en andere instellingen anoniem gepubliceerd, wat voor onderzoekers uit diverse wetenschapsgebieden de mogelijkheid schept eigen analyses uit te voeren. Rekenen en wiskunde kunnen gereedschappen bieden voor dergelijke analyses (National Council of Teachers of Mathematics, 2000).
- Wetenschapsbeoefening van de wiskunde krijgt als gevolg van de mogelijkheden van ICT naast een theoretisch ook een experimenteel karakter. Bovendien lijken andere wetenschappen meer gebruik te maken van wiskundige verworvenheden. Daarmee treedt toepassing van wiskunde meer voor het voetlicht (UNESCO, 2012).
- Mensen in het algemeen en kinderen in het bijzonder worden meer en meer beschouwd als zelfstandige individuen die (met name in het geval van volwassenen) beredeneerd levenskeuzes maken. Succes in het leven kan bereikt worden door het maken van de juiste keuzes en het vertonen van doorzettingsvermogen. Mensen worden daardoor meer en meer verantwoordelijk gesteld voor het verloop van hun eigen levenspad. In het onderwijs uit dit verschijnsel zich onder meer in de aandacht voor maatwerklerplannen voor elke afzonderlijke leerling (WRR, 2013).
- In een aantal Europese landen wordt het reken/wiskundecurriculum niet meer vanuit reken/wiskundeleerinhouden ontwikkeld, maar vormen metadoelen het uitgangspunt voor leerplanontwikkeling (European Commission, 2011). Leerinhouden worden in deze aanpak primair geselecteerd op basis van de vraag in hoeverre ze verwerving van metadoelen mogelijk maken.
- Mede als gevolg van een (vermeend) gebrek aan beheersing van rekenvaardigheden heeft de rijksoverheid de onderwijssector opgedragen de resultaten van het

rekenonderwijs sectorbreed te verbeteren. Om dit te bewerkstelligen is er in 2007 een referentiekader rekenen (Ministerie van OCW, 2008) en in 2008 een kennisbasis rekenen/wiskunde voor de pabo (Van Zanten et al., 2009) ontwikkeld. Sturing vanuit de rijksoverheid vindt plaats door middel van instelling van een verplichte eindtoets po, een rekentoets voor alle leerlingen van het voortgezet onderwijs en een rekenexamen voor alle studenten van het middelbaar beroepsonderwijs. Op de pabo worden studenten rekentoetsen afgenomen waarvan hun resultaten mede aanleiding zijn hen al dan niet een bindend studieadvies te verstrekken of hen te onthouden van diplomering.

- Er is een regelmatig oplevende discussie over doelen en (didactische) aanpak van reken/wiskundeonderwijs. Dit is overigens een internationaal verschijnsel (zie bijvoorbeeld Kline, 1973; Loveless, 2001; Walmsley, 2007; Wilson, 2003). Beslechting van deze discussie is moeilijk, omdat het nagenoeg onmogelijk is om uit internationale vergelijkingsonderzoeken harde conclusies te trekken over de effectiviteit van de een of de andere aanpak en omdat andere wetenschappelijke onderzoeken vaak een te smalle focus hebben om algemeen geldende uitspraken te doen. Deze discussie belemmert tot op zekere hoogte de ontwikkeling van het reken/wiskundeonderwijs. De KNAW (2009) heeft in 2009 echter geconcludeerd dat er geen aanwijzingen zijn dat een bepaalde aanpak effectiever is dan een andere.

Ontwikkelingen

De belangrijkste ontwikkelingen in het reken/wiskundeonderwijs in Nederland - en deels ook daarbuiten - kunnen als volgt worden getypeerd:

- Internationale onderzoeken (PISA, TIMSS) laten (nog steeds) een relatief hoge notering zien voor Nederland, maar eveneens een gestage achteruitgang van de reken-wiskunde-prestaties van Nederlandse leerlingen, zowel relatief (ten opzichte van andere landen) als absoluut (Feskens, Kuhlemeijer, & Limplens, 2016; Meelissen & Punter, 2016). Dit beeld is voor wat betreft het po niet consistent met de bevindingen uit nationaal onderzoek (JPON/JMTR), dat juist een gestage stijging van leerlingprestaties laat zien (Hemker, 2016; Weerden, Hemker, & Mulder, 2014). Onderzoek dat minder grofmazig rapporteert (de voormalige PPON-onderzoeken), laat zien dat leerlingresultaten op bepaalde subdomeinen vooruitgaan, terwijl ze op andere subdomeinen achteruitgaan (Weerden & Hiddink, 2013). Ook in het vo zijn er tegengestelde trends te bespeuren. Zo vertonen de driejaarlijks voortschrijdende gemiddelde examenresultaten wiskunde een stabiele tot licht groeiende tendens (Schmidt, Van Zanten, & Tolboom, in voorbereiding).
- Het opleidingsniveau van leraren po is gedurende een aantal jaren afgenomen (KNAW, 2009). De vraag naar nascholing neemt in het vo toe (European Commission, 2011). In het po is er weinig animo voor professionalisering op het gebied van rekenen/wiskunde (Meelissen & Punter, 2016).

- Leerlingen denken dat wiskunde bedreven wordt door wereldvreemde eenlingen en dit beeld blijkt nogal persistent (UNESCO, 2012). In verschillende delen van de wereld, Azië in het bijzonder, vinden leerlingen wiskunde geen leuk vak. Ook in Nederland laat de motivatie voor het vak te wensen over (Meelissen & Punter, 2016; Schmidt et al., in voorbereiding).
- Ten gevolge van de regelmatig terugkerende discussie over reken/wiskundeonderwijs is er breed gedragen consensus dat parate kennis en vaardigheid op het terrein van rekenen/wiskunde in het verleden stiefmoederlijk behandeld zijn, terwijl paraatheid wel noodzakelijk geacht wordt om problemen op te kunnen lossen. Dat uit zich in hernieuwde aandacht voor consolidatie van kennis en vaardigheid in het onderwijs, bijvoorbeeld door middel van oefenen. Discussie is er nog wel in hoeverre oefenen zonder onderliggend begrip van rekenen/wiskunde effectief is en vanaf wanneer ICT gebruikt kan worden om berekeningen uit te voeren.
- Uit internationale vergelijkingsonderzoeken blijkt keer op keer dat excellente leerlingen in Nederland weinig uitgedaagd worden ten opzichte van hun medeleerlingen in het buitenland (Feskens et al., 2016; Meelissen, Netten, Drent, Punter, Droop, & Verhoeven, 2011; Meelissen & Punter, 2016). Als een van de oorzaken hiervoor kan wellicht de relatief egalitaire cultuur in ons land beschouwd worden. In het vo zien we echter geleidelijk een voorzichtige kentering in dezen. Talenten worden gewaardeerd (Feskens et al., 2016; Kordes, Bolsinova, Limpens, & Stolwijk, 2013).
- Niet alleen de hoge(re) niveaus en (potentieel) sterke(re) leerlingen po, maar mogelijk ook leerlingen die (potentieel) presteren rond het middenniveau, komen op het gebied van rekenen/wiskunde onvoldoende tot hun recht (Hemker, 2017; Inspectie van het Onderwijs, 2016, 2017; Meelissen & Punter, 2016).

Kandidaat-metadoelen

Naar aanleiding van de beschreven verschijnselen en ontwikkelingen trends kunnen onderstaande drie kandidaat-metadoelen worden geformuleerd:

- *Leerlingen doen inzien dat wiskunde bijdraagt aan een betere wereld*
Met name wordt bedoeld leerlingen het inzicht te verschaffen dat wiskundige modellen in staat zijn wereldproblemen inzichtelijk te maken. Wiskunde is geen wereldvreemd vak, maar speelt – vaak onzichtbaar, want ‘weggewerkt’ in software en machines – een grote rol in de samenleving (UNESCO, 2012).
- *Leerlingen doen inzien dat ze rekenen/wiskunde kunnen toepassen in andere vakken*
Samenhang gaat niet alleen om verbanden *binnen de wiskunde*, maar ook om verbanden *tussen wiskunde en andere disciplines* en dus ook om de toepassing van wiskunde in andere disciplines (European Commission, 2011). Bij dat laatste kunnen dwarsverbandconcepten (*cross cutting concepts*) een belangrijke rol spelen (CTWO, 2007). Voorbeelden van dergelijke concepten zijn natuurwetenschappelijk onderzoek of

wiskundig modelleren. Door samenhang te zoeken met andere disciplines wordt recht gedaan aan het verschijnsel dat steeds meer disciplines wiskunde benutten als instrumentarium (Platform Wiskunde Nederland, 2014; UNESCO, 2012).

- *Leerlingen leren ICT te benutten in plaats van te gebruiken*

Nog steeds is wereldwijd de indruk dat de mogelijkheden van ICT onvoldoende benut worden in het reken/wiskundeonderwijs. In veel gevallen is gebruik van ICT beperkt tot de (grafische) rekenmachine, die gebruikt wordt om berekeningen uit te voeren als onderdeel van de oplossing van (wiskundige) problemen. ICT is daarnaast ook bruikbaar als instrument voor het leren van rekenen/wiskunde, als instrument voor exploratie van nieuwe leerinhouden, als instrument bij modelleren en simuleren en is zelf ook toepassingsdomein voor wiskunde. De functie van leerinstrument betreft meer het 'hoe' van het onderwijs en dat leent zich niet voor het stellen van metadoelen (zie bijvoorbeeld cTWO, 2007). Door ICT te gebruiken als exploratie-, modelleer- en simulatieinstrument kan aansluiting gevonden worden bij het toenemend experimentele karakter van wetenschappelijke wiskundebeoefening (European Commission, 2011; Platform Wiskunde Nederland, 2014; UNESCO, 2012). ICT als toepassingsdomein ten slotte kan aanleiding zijn tot andere inhoud van het reken/wiskundeonderwijs.

Beoogde vakinhouden

In geraadpleegde bronnen worden enkele vakinhouden genoemd die de afgelopen jaren meer voor het voetlicht zijn getreden. Deze laten zich als volgt samenvatten:

- Statistiek, stochastische processen en statistische methoden voor onderzoek naar verbanden en patronen in grote gegevensverzamelingen. Deze vakinhouden staan in de belangstelling omdat juist zij gereedschappen bieden *big data* te analyseren (Boswinkel, & Schram, 2012; Platform Wiskunde Nederland, 2014; UNESCO, 2012).
- Discrete wiskunde, algoritmieken en computationele wiskunde, efficiëntie van (computer)algoritmen, recursie, iteratie, vergelijking van algoritmen en de dynamiek van complexe systemen, waaronder globale netwerken. Deze vakinhouden vinden hun toepassing in verbetering van (de gebruiksmogelijkheden van) ICT (National Council of Teachers of Mathematics, 2000; Platform Wiskunde Nederland, 2014; UNESCO, 2012).

In het po komt beschrijvende statistiek zijdelings aan bod als onderdeel van het rekendomein Verbanden. Discrete wiskunde wordt in het primair onderwijs niet aangeboden.

Statistiek maakt in het vo deel uit van alle wiskundevakken met uitzonderingen van wiskunde B in havo en in vwo. Bovendien is de inhoud van het statistiekdomein alleen in havo en vwo gericht op herkennen en beschrijven van patronen en verbanden in grote gegevensbestanden. In het vmbo is statistiek vooral beschrijvend van karakter.

Discrete wiskunde maakt in zeer beperkte mate deel uit van wiskunde in het vmbo (het schoolexamenonderdeel 'grafien'). In de tweede fase maken onderwerpen uit discrete wiskunde deel uit van enkele wiskundevakken. In tabel 1 wordt de huidige situatie ten aanzien van de beoogde vakinhouden weergegeven.

Tabel 1: *Beoogde vakinhouden in de huidige curricula van het vo*

| | Statistiek | Discrete wiskunde |
|---|------------|------------------------------|
| vmbo – basisberoepsgerichte leerweg | √ | grafien |
| vmbo – kaderberoepsgerichte leerweg | √ | grafien |
| vmbo – gemengde en theoretische leerweg | √ | grafien |
| havo – wiskunde A | √ | x |
| vwo – wiskunde A | √ | rijen |
| havo – wiskunde B | x | x |
| vwo – wiskunde B | x | x |
| vwo – wiskunde C | √ | x |
| havo – wiskunde D | √ | x |
| vwo – wiskunde D | √ | discrete dynamische systemen |

Uitvoerbaarheid van kandidaat metadoelen en beoogde vakinhouden

Geraadpleegde leraren is een aantal vragen voorgelegd over de verwachte uitvoerbaarheid van kandidaat-metadoelen en beoogde vakinhouden. Hun antwoorden zijn samengevat in tabel 2, waarin vermeld staat hoeveel moeite het leraren naar verwachting kost om leerlingen het genoemde metadoel of beoogde vakinhoud te doen verwerven.

Tabel 2: *Verwachte uitvoerbaarheid van enkele kandidaat metadoelen en beoogde vakinhouden*

| | Het inzicht dat wiskunde draagt bij aan een betere wereld | Het inzicht dat je wiskunde kan toepassen in andere vakken | Patronen en verbanden herkennen in databestanden | Discrete en computationele wiskunde |
|---|---|--|--|---|
| vmbo – basisberoepsgerichte leerweg | onbegonnen werk | geen eensluidend oordeel | onbegonnen werk | onbegonnen werk |
| vmbo – kaderberoepsgerichte leerweg | onbegonnen werk | geen eensluidend oordeel | kost moeite maar biedt wel resultaat | kost veel moeite maar biedt wel resultaat |
| vmbo – gemengde en theoretische leerweg | kost veel moeite en het resultaat is twijfelachtig | geen eensluidend oordeel | kost moeite maar biedt wel resultaat | kost moeite maar biedt wel resultaat |
| havo – wiskunde A | kost wat moeite | geen eensluidend oordeel | kost veel moeite en het resultaat is twijfelachtig | onbegonnen werk |
| vwo – wiskunde A | kost weinig moeite | kost wat moeite | geen eensluidend oordeel | onbegonnen werk |
| havo – wiskunde B | kost weinig moeite | kost wat moeite | geen eensluidend oordeel | kost moeite maar biedt wel resultaat |
| vwo – wiskunde B | kost weinig moeite | kost wat moeite | geen eensluidend oordeel | kost moeite maar biedt wel resultaat |

Problemen in de vormgeving van het reken/wiskundeonderwijs

Naast wat hiervoor ten aanzien van metadoelen en inhouden van het reken/wiskundecurriculum geschetst is, doet zich een aantal problemen voor in de vormgeving van het curriculum.

Wijze van toetsing

Op dit moment is er in het vo sprake van tien examenprogramma's wiskunde en zeven verschillende rekentoetsen, gedeeltelijk met eigen doelen, maar ook met grote overlap in de nagestreefde doelen. Voor het po is er een aanbod van een aantal verschillende eindtoetsen. Voor toetsing van de leerprestaties wordt voornamelijk gebruik gemaakt van schriftelijke (en soms digitale) toetsen die een beperkt beeld geven van het gehele scala aan mogelijke en relevante reken- wiskundige kennis, inzicht en vaardigheden. Evalueren

van vorderingen of prestaties van leerlingen op wiskundig en statistisch onderzoek, oplossingen genereren van meer open en complexe problemen, opstellen en doorrekenen van rekenkundige en wiskundige modellen worden nog maar zelden gehanteerd. Het risico is dat doordat de nadruk eenzijdig blijft liggen op het evalueren en rapporteren van procedurele kennis en vaardigheden. Het eindexamen in het vo biedt de mogelijkheid om, door de scheiding tussen centraal examen en schoolexamens, een breed en valide beeld van de leerresultaten van leerlingen neer te zetten. In de praktijk zien we echter dat het schoolexamen veelal dezelfde doelen toetst als het centraal examen. De curriculaire ruimte die scholen en leraren op dit gebied hebben leidt niet automatisch tot een bredere invulling van het schoolexamen, maar in de praktijk eerder tot een versmalling naar de doelen die ook in het centraal examen worden getoetst.

Niveauperlagend effect van de referentieniveaus in het po

Veel nadruk is komen te liggen op referentieniveau 1F, terwijl 1S het beoogde niveau is voor de grootste groep leerlingen. Gewenst, en oorspronkelijk bedoeld door de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen (2008), is dat 1S het uitgangspunt is voor alle leerlingen en dat 1F bedoeld is voor die leerlingen die, ook na extra inspanningen, het 1S niveau niet behalen.

Differentiatie en determinatie

De differentiatiemogelijkheden in de meeste actuele methodes voor po zijn van dien aard dat het risico van vroegtijdige determinatie van leerlingen niet denkbeeldig is. Leerlingen worden dan in een vaste niveaugroep geplaatst, terwijl juist een flexibele indeling nodig is om effectief in te spelen op onderwijsbehoeften (Prast, Weijer-Bergsma, Kroesbergen, & Van Luit, 2015). Actuele ontwikkelingen zoals 'opbrengstgericht werken' worden vaak 'plat' geïnterpreteerd. De aandacht wordt vooral gericht op het meten van prestaties waardoor het risico bestaat dat toetsresultaten een eigen leven gaan leiden (in beoordeling en determinatie van leerlingen) in plaats van vertaald te worden in een aangepast onderwijsaanbod. Het zogenoemde *teaching tot the test* is een mogelijk gevolg van deze ontwikkeling.

Afhankelijkheid van lesmethoden

Er is een sterke afhankelijkheid onder leraren van methoden, in po en vo. Voorlopers (scholen, leraren) zijn zoekende naar mogelijkheden om meer zelf te arrangeren of te variëren in inhoud en werkwijzen. Alhoewel de technologische mogelijkheden daarvoor snel aan het toenemen zijn, loopt de kwaliteit van middelen die beschikbaar komen, sterk uiteen.

Doorlopende leerlijnen

De overgangen tussen sectoren blijven voor rekenen en wiskunde problematisch. Er is sprake van verschillend gehanteerde terminologieën, verschillende didactische

aanpakken en verschillende verwachtingen over en weer. Een doorlopende leerlijn ten aanzien van rekenwiskundige vaardigheden voor burgerschap en persoonlijke vorming (gecijferdheid) moet nog vorm krijgen. Hetzelfde geldt voor bijvoorbeeld probleemoplossen en modelleren.

11.3 Uitdagingen

Alvorens enkele curriculaire uitdagingen te schetsen, worden eerst ter voeding van de discussie verbanden gelegd tussen kandidaat-metadoelen, beoogde vakinhouden en de belangrijkste problemen die in de curriculumanalyse gesignaleerd zijn. Vervolgens worden nieuwe accenten geschetst voor de reken/wiskundecurricula in Nederland in het geval de kandidaat-metadoelen onderdeel worden van het curriculum. Ten slotte wordt een aantal aandachtgebieden voor curriculaire (ontwikkel)activiteiten geschetst.

Discussie

Gebrek aan motivatie onder leerlingen in po en vo en gebrek aan inzicht in de relevantie van wiskunde onder vo-leerlingen zijn twee in het oog springende problemen in de huidige onderwijspraktijk (Schmidt et al., in voorbereiding). Hierboven staan kandidaat-metadoelen en beoogde vakinhouden beschreven. De vraag is in hoeverre deze kandidaat-metadoelen en beoogde vakinhouden bijdragen aan oplossing van deze problemen. In deze paragraaf wordt op deze vraag ingegaan.

Aantrekkingskracht van rekenen/wiskunde voor leerlingen

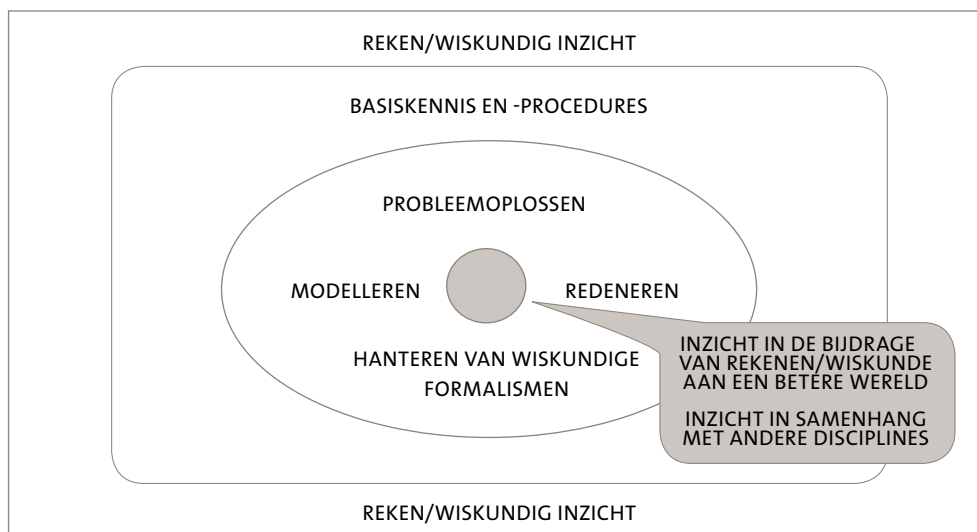
In Nederland zijn leerlingen ten opzichte van leerlingen in andere landen niet sterk gemotiveerd voor zowel inhoud van als lessen in rekenen/wiskunde (Feskens, Kuhlemeier & Limpens, 2016). Het is mogelijk dat meer aandacht voor toepassing van wiskunde op actuele (wereld)problemen en op andere disciplines kan bijdragen aan de aantrekkingskracht van het vak. Statistisch onderzoek naar patronen en verbanden in grote gegevensbestanden zou in dat geval de aantrekkelijkheid van het vak kunnen verhogen, omdat dit soort onderzoek betrokken kan worden op maatschappelijke thema's. Daarnaast kan differentiatie van leeractiviteiten een aantrekkelijkheid verhogend effect hebben omdat in dat geval leerlingen leeractiviteiten verrichten die beter bij hun capaciteiten passen. In hoeverre meer of andersoortig gebruik van ICT als zodanig rekenen/wiskunde aantrekkelijker maakt voor leerlingen is ongewis. Uit andere landen spreekt geen eensluidend beeld.

Relevantie van rekenen/wiskunde

Vo-leerlingen hebben moeite de relevantie van wiskunde in te zien voor hun carrièreperspectief en hun toekomstig werk. Wij denken dat het bieden van inzicht in de toepassingsmogelijkheden van wiskunde in andere disciplines bij kan dragen aan inzicht in de relevantie van het vak. De beoogde vakinhoud Discrete en computationele wiskunde kan leerlingen inzicht geven in welke wiskunde er verborgen is in apparaten en software. Door hier kennis van te nemen kan het relevantiebesef onder vo-leerlingen toenemen.

Nieuwe accenten in het reken/wiskundecurriculum

In deze (samenvatting van de) trendanalyse worden drie nieuwe metadoelen voorgesteld. In twee gevallen betreft het niet zozeer vaardigheden als probleemoplossen of modelleren, als wel inzicht in wat het vakgebied rekenen/wiskunde vermag in relatie tot de maatschappelijke context en tot andere disciplines. Deze inzichten vormen in tegenstelling tot reken/wiskundig inzicht niet de basis voor het bedrijven van wiskunde, maar juist een beoogd resultaat daarvan. Verder wordt voorgesteld het gebruik van ICT niet te beperken tot enkel rekenhulp, maar meer mogelijkheden van ICT te benutten. In figuur 3 wordt de onderlinge gelaagdheid van zowel formele als kandidaat-metadoelen opnieuw in beeld gebracht. Dit is een variant van figuur 2 waarin de twee voorgestelde inzichtdoelstellingen een aparte toplaag vormen en waarin benutting van ICT tot dezelfde laag gerekend wordt als metadoelen als probleemoplossen, modelleren, redeneren en hanteren van wiskundige formalismen.



Figuur 3: Kandidaat metadoelen in relatie tot formele metadoelen

Een reken/wiskundecurriculum dat op deze leest geschoeid is, kent een aantal nieuwe accenten:

- Meer dan nu maken actualiteit en maatschappelijke context deel uit van het curriculum.
- Het curriculum bevat meer dan nu grotere opdrachten met een open karakter, die niet noodzakelijk een eenduidige oplossing hebben.
- Meer dan nu werken leerlingen met ICT-middelen, niet alleen als rekenhulp of toegangspoort tot informatie, maar ook als modelleergereedschap, simulatietool en exploratie-instrumentarium.
- Er is ten minste sprake van onderlinge afstemming met andere schoolvakken over de programmering en de didactiek van verwante onderwerpen. Nog beter is het als een curriculum onderdelen kent waarin de gemeenschappelijkheid met andere vakken tot uitdrukking komt.

Aandachtsgebieden voor leerplankundige (ontwikkel)activiteiten

Om het bovenstaande te kunnen realiseren is het wenselijk dat op enkele terreinen curriculaire ontwikkel- en andere activiteiten uitgevoerd worden. Een deel van deze activiteiten richt zich op nadere uitwerking van een curriculum voor de beoogde vakinhouden. Verder zijn er leerplankundige activiteiten gewenst om in het curriculum de kandidaat-metadoelen vorm te geven. Daarbij zou ook het metadoel rond modelleren betrokken dienen te worden, om de volgende redenen:

- Wiskundige en rekenkundige modellen kunnen worden gebruikt om actuele en maatschappelijke problemen te beschrijven en begrijpen.
- Er zijn ICT-middelen beschikbaar die niet alleen het doorrekenen, maar ook het ontwerpen van reken/wiskundige modellen faciliteren.
- Bij andere vakken wordt gebruikt gemaakt van wiskundige modellen. Daarmee kan wiskundig modelleren als gemeenschappelijk concept dienen voor verschillende vakken.

Wiskundig modelleren is nu ook onderdeel van de verschillende curricula en examenkandidaten blijken relatief goed met wiskundige modellen te kunnen werken. Echter, op examens is wiskundig modelleren beperkt tot het gebruik van een gegeven model. Een stap voorwaarts is het zelfstandig kunnen opstellen van wiskundige modellen.

Metadoelen en beoogde vakinhouden aan een curriculum toevoegen kan niet straffeloos, tenzij de omvang van het curriculum wordt uitgebreid. Zo niet, dan is het wenselijk dat de relevantie van andere metadoelen tegen het licht gehouden wordt. Als gevolg hiervan zou er een nieuw evenwicht gezocht moeten worden tussen de metadoelen.

Daarnaast kan kritisch gekeken worden naar de mate waarin de inhoudsdomeinen deel uit maken van het geschreven curriculum. Zou bijvoorbeeld het aandeel modelleren uitgebreid moeten worden, dan zou versterking van de inhoudsdomeinen die zich het beste lenen om modelleervaardigheden te verwerven, voor de hand liggen. Volgens de examenanalyse uit de uitgebreide vakspecifieke trendanalyse (Schmidt, Zanten & Tolboom, in voorb.) betreft dat het domein Verbanden & formules + analyse. Maar mogelijk lenen nieuwe leerinhouden zich ook goed voor verwerving van modelleervaardigheden.

Ten slotte kunnen er enkele aandachtsgebieden geïdentificeerd worden voor activiteiten die tot doel hebben de vormgeving van het reken/wiskundecurriculum te verbeteren:

- stroomlijning van het aantal toetsen en examens en herbezinning op de wijze van toetsing en examinering;
- versterking van de doorlopende leerlijnen over de sectoren heen;
- bijscholing van zittende leerkrachten in het po en leraren in het vo, in het bijzonder op de terreinen differentiatie, formatief evalueren en arrangeren van lesmaterialen;
- versterking van het besef onder leerkrachten in het po en andere betrokkenen dat referentieniveau 1S het na te streven uitstroomniveau van het po is.



Referenties

- Boswinkel, N., & Schram, E. (2012). *De Toekomst Telt*. Enschede: SLO.
- cWTO. (2007). *Rijk aan betekenis: Visie op vernieuwd wiskundeonderwijs*. Utrecht: Commissie Toekomst WiskundeOnderwijs.
- Damlamian, A., Rodrigues, J.F., & Sträßler, R. (2013). *Educational interfaces between mathematics and industry*. Heidelberg: Springer-Verlag GmbH.
- European Commission (2011). *Mathematics education in Europe: Common challenges and national policies*. Brussel: Education, Audiovisual and Culture Executive Agency.
- Expertgroep Doorlopende Leerlijnen (2008). *Over de drempels met taal en rekenen. Hoofdrapport van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen*. Enschede: Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen.
- Feskens, R., Kühlemeier H., & Limpens, G. (2016). *Resultaten PISA-2015: Praktische kennis en vaardigheden van 15-jarigen*. Arnhem: Cito.
- Hemker, B. (2016). *Peiling van de rekenvaardigheid, de taalvaardigheid en de wereldoriëntatievaardigheden in jaargroep 8 van het basisonderwijs in 2015*. Arnhem: Cito.
- Inspectie van het Onderwijs (2016). *De staat van het onderwijs: Onderwijsverslag 2014-2015*. Utrecht: Inspectie van het Onderwijs.
- Inspectie van het Onderwijs (2017). *Taal en rekenen aan het einde van het basisonderwijs. Peil. onderwijs*, Utrecht: Inspectie van het Onderwijs.
- Kline, M. (1973). *Why Johnny can't add. The failure of the New Math*. New York: Vintage Books.
- KNAW (2009). *Rekenonderwijs op de basisschool: Analyse en sleutels tot verbetering*. Amsterdam: Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen.
- Kordes, J., Bolsinova, M., Limpens, G., & Stolwijk, R. (2013). *Resultaten PISA-2012 in vogelvlucht*. Arnhem: Cito.
- Loveless, T. (2001). *The great curriculum debate. How should we teach reading and math?* Washington DC: Brookings Institution Press.

- Meelissen, M.R.M., Netten, A., Drent, M., Punter, R.A., Droop, M., & Verhoeven, L. (2012). *PIRLS- en TIMSS-2011: Trends in leerprestaties in lezen, rekenen en natuuronderwijs*. Enschede: Universiteit Twente.
- Meelissen, M., & Punter, A. (2016). *Twintig jaar TIMSS. Ontwikkelingen in leerlingprestaties in de exacte vakken in het basisonderwijs 1995-2015*. Enschede: Universiteit Twente.
- National Council of Teachers of Mathematic. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Ministerie van OCW (2006). *Kerndoelen primair onderwijs*. Den Haag: Ministerie van OCW.
- Ministerie van OCW (2009). *Referentiekader taal en rekenen. De referentieniveaus*. Enschede: Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen.
- Platform Wiskunde Nederland (2012). *Formulas for insight and innovation, mathematical sciences in the Netherlands; Vision document 2025*. Amsterdam: Platform Wiskunde Nederland.
- Platform Wiskunde Nederland (2014). *Tussen wal en schip. Wiskundig-didactisch onderzoek in Nederland*. Amsterdam: Platform Wiskunde Nederland.
- Prast, E., Weijer-Bergsma, E. van de, Kroesbergen, E., & Luit, J. van (2015). Readiness-based differentiation in primary school mathematics: Expert recommendations and teacher self-assessment. *Frontline Learning Research*, 3 (2), 90-116.
- Scheltens, F., Hemker, B., & Vermeulen, J. (2013). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 5 (PPON 51)*. Arnhem: Cito.
- Schmidt, V., Zanten, M. van & Tolboom, J. (in voorbereiding). *Vakspecifieke trendanalyse rekenen/wiskunde*. Enschede: SLO.
- SLO (2016). *Karakteristieken en kerndoelen: Onderbouw voortgezet onderwijs*. Enschede: SLO.
- UNESCO. (2012). *Challenges in basic mathematics education*. Parijs: UNESCO.
- Walmsley, A. (2007). *A history of mathematics education during the twentieth century*. Lanham / Boulder / New York / Toronto / Plymouth, UK: University Press of America.

Weerden, J. van, Hemker, B., & Mulder, K. (2014). *Peiling van de rekenvaardigheid en de taalvaardigheid in jaargroep 8 en jaargroep 4 in 2013*. Arnhem: Cito.

Weerden, J. van, & Hiddink, L. (red.) (2013). *Balans van het basisonderwijs. PPO: 25 jaar kwaliteit in beeld*. Arnhem: Cito.

WRR (2013). *Naar een lerende economie: investeren in het verdienvermogen van Nederland*. Amsterdam: Amsterdam University Press.

Wilson, S. (2003). *California dreaming: Reforming mathematics education*. Binghamton / New York: Vail-Ballou Press.

Zanten, M. van, Barth, F., Faarts, J., Gool, A. van, & Keijzer, R. (2009). *Kennisbasis rekenen-wiskunde voor de lerarenopleiding basisonderwijs*. Den Haag: HBO-raad.



